



Model Matematis untuk *Multi-product* *Multi-warehouse Inventory Routing Problem*

Giovano Alberto¹

¹⁾ Fakultas Teknologi Industri, Jurusan Teknik Industri, Universitas Katolik Parahyangan
Jl. Ciembuleuit 94, Bandung 40141
Email: giovano@unpar.ac.id

Abstract

Every business always aims to make significant profits. The corporation can cut expenses in one way or another. Logistics is one of the most expensive operations, and two-thirds of its expenditures are related to inventory and transportation. Inventory and transportation challenges must be addressed simultaneously in the supply chain to achieve the best results. This problem is modeled in the inventory routing problem (IRP). The development of the IRP model still has gaps with real conditions. The IRP model designed has not yet discussed the Multi-product Multi-warehouse Inventory Routing Problem (MMIRP) model. MMIRP takes into account the conditions of the types of goods that need to be sent, which vary and there are several warehouses that have goods of different types in one period of time. The results obtained after completing the model are the number of vehicles used, the number of goods of each type shipped, the travel routes generated by each vehicle, and the large costs generated based on the route design and inventory at each location.

Keywords: *inventory, routing, multi-product, multi-warehouse*

Abstrak

Setiap perusahaan selalu berusaha dapat memperoleh keuntungan yang besar. Salah satu cara yang dapat dilakukan oleh perusahaan adalah menekan biaya yang dikeluarkan. Salah satu proses yang memerlukan biaya besar adalah logistik dan dua per tiga biaya logistik ini berasal dari biaya persediaan dan transportasi. Permasalahan persediaan dan transportasi pada perspektif *supply chain* perlu dipertimbangkan bersama agar dapat memberikan hasil yang optimal. Permasalahan ini dimodelkan dalam *inventory routing problem* (IRP). Pengembangan model IRP masih terdapat gap dengan kondisi nyata. Model IRP yang dirancang belum ada yang membahas terkait dengan model *Multi-product Multi-warehouse Inventory Routing Problem* (MMwIRP). MMIRP mempertimbangkan kondisi jenis barang yang perlu dikirimkan beragam dan terdapat beberapa gudang yang memiliki barang dengan jenis berbeda dalam satu periode waktu. Hasil yang didapatkan setelah menyelesaikan model adalah jumlah kendaraan yang digunakan, banyak barang dari setiap jenis yang dikirimkan, rute perjalanan yang dihasilkan oleh setiap kendaraan, dan besar biaya yang dihasilkan berdasarkan rancangan rute serta persediaan di setiap lokasi.

Kata kunci: *inventory, routing, multi-product, multi-warehouse*

Pendahuluan

Permasalahan biaya merupakan salah satu *isu* yang muncul dari waktu ke waktu. Banyak perusahaan yang terus berusaha untuk dapat meminimalisasi pengeluaran dengan berupaya melakukan integrasi sebuah sistem dalam *supply chain management* (SCM). Pada SCM dilakukan identifikasi dan menghilangkan redundansi dan inefisiensi dalam rantai pasok atau jaringan distribusi (Moin and Salhi, 2007). Salah satu proses yang memerlukan biaya besar dalam suatu bisnis adalah logistik dan dua per tiga biaya logistik ini berasal dari biaya persediaan dan transportasi (Cao *et al.*, 2020).

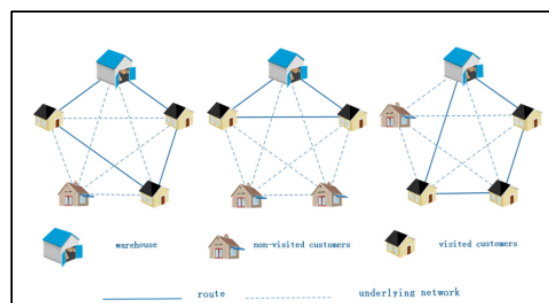
Perancangan sistem persediaan dan transportasi merupakan suatu hal yang kompleks. Persediaan sendiri berkaitan dengan pengendalian persediaan atau penentuan alokasi persediaan (Cao *et al.*, 2020). Sedangkan transportasi berkaitan dengan penentuan rute dengan mempertimbangkan kapasitas dari kendaraan dalam melakukan pengiriman. Perkembangan konsep secara praktis dan teori banyak terjadi dan menjadi konsep dari *supply chain management* (Bertazzi and Speranza, 2012). Permasalahan persediaan dan transportasi pada dasarnya merupakan masalah klasik dalam penelitian operasional, namun sering kali permasalahan ini diselesaikan secara terpisah. Sedangkan dalam perspektif *supply chain* kedua hal ini perlu dipertimbangkan bersama agar dapat memberikan hasil yang optimal, dapat disebut sebagai *inventory routing problem* (IRP) (Cao *et al.*, 2020).

IRP merupakan permasalahan di mana pesanan ditentukan oleh pemasok berdasarkan beberapa masukan dari pelanggan yang bertujuan untuk meminimalkan jumlah biaya persediaan dan biaya distribusi (Moin and Salhi, 2007). Masalah IRP berbeda dari masalah VRP yang lebih mempertimbangkan jenis truk. Dalam IRP, kapasitas kendaraan, permintaan, dan kapasitas penyimpanan sering kali berada dalam kisaran yang sama, karena harus dipertimbangkan saat membangun rute (Persson and Göthe-Lundgren, 2005).

Pada IRP luaran yang dihasilkan bukan hanya rute pengiriman tetapi juga kuantitas yang harus dikirim ke setiap pelanggan. IRP merupakan permasalahan utama dalam *vendor management inventory* (VMI) (Cao *et al.*, 2020). VMI adalah strategi pengolahan persediaan

yang bertujuan untuk mencapai biaya terendah untuk sisi *supply* dan *demand*. Menurut Campbell and Savelsbergh (2004), penerapan IRP dapat dilakukan dalam berbagai bidang, sebagai contoh industri petrokimia, pemasok supermarket dan *department store*, industri pakaian, produk rumah tangga, industri otomotif, transportasi maritim (Hewitt *et al.*, 2013).

Terdapat beberapa literatur yang telah membahas terkait dengan model IRP seperti IRP dalam waktu diskrit (Archetti *et al.*, 2012), sistem transportasi inventaris terintegrasi dengan modifikasi kebijakan berkala untuk beberapa produk (Qu *et al.*, 1999), gabungan pengelolaan dan perutean inventaris (Andersson *et al.*, 2010), penjadwalan kapal (Ronen, 1993) dan lain-lain.



Gambar 1. Ilustrasi IRP (Cao *et al.*, 2020)

Pada kondisi nyata, *retailer* bisa mengambil barang bukan hanya dari satu buah gudang, melainkan dapat dari beberapa gudang. Sebagai contoh suatu produk hanya dimiliki oleh gudang tertentu sedangkan gudang lain tidak memiliki produk tersebut. Situasi ini menambah kompleksitas dari masalah karena rute yang dibuat perlu menyesuaikan dengan banyak gudang dan permintaan dari *retailer* perlu mempertimbangkan jenis barang yang dimiliki oleh gudang. Berdasarkan permasalahan tersebut maka penelitian ini bertujuan untuk membuat model *Multi-product Multi-warehouse Inventory Routing Problem* (MMwIRP).

Permasalahan *Multi-product Multi-warehouse Inventory Routing Problem* (MMIRP) merupakan pengembangan dari *inventory routing problem* dengan mempertimbangkan kondisi jenis barang yang perlu dikirimkan beragam dan terdapat beberapa gudang yang memiliki barang dengan jenis berbeda dalam satu periode waktu. Setiap gudang memiliki batas kapasitas tamping untuk

setiap jenis produk dan jumlah permintaan dari *retailer* telah diketahui. Terdapat juga biaya penyimpanan untuk setiap kelebihan barang di gudang maupun *retailer*. Kendaraan yang dapat digunakan satu jenis dan kapasitas maksimal barang yang dapat dibawa juga sama untuk setiap kendaraan. Terdapat biaya pengadaan setiap kali menggunakan kendaraan.

Menurut Coelho et al. (2014) terdapat beberapa kriteria dalam variasi IRP seperti rentang waktu, struktur, perutean, keputusan inventaris, komposisi kendaraan, dan ukuran kendaraan. Model MMwIRP memiliki karakteristik *instant time*, *deterministic demand*, *many-to-many topology*, *multiple routing*, *fixed inventory*, *homogeneous fleet composition*, dan *single fleet size*. Selain karakteristik tersebut, pada model yang diajukan memiliki karakteristik tambahan yang belum terdapat pada Gambar 2 yaitu terdapat beberapa variasi produk dan beberapa gudang awal. Yeh and Low (2017) telah mengenalkan model Multi-product Inventory Routing Problem (MIRP).

Metodologi

Penelitian dilakukan dengan melalui beberapa tahapan yaitu melakukan studi literatur untuk *inventory routing problem* yang sudah ada serta mencari gap model terhadap kondisi nyata. Kedua, melakukan identifikasi dan perumusan masalah yang hendak diteliti. Ketiga, melakukan perancangan model matematis serta melakukan verifikasi terhadap model matematis yang telah dirancang. Setelah model berhasil diverifikasi maka model diimplementasikan pada kasus hipotetis. Terakhir melakukan analisis terhadap hasil yang didapatkan.

Perancangan Model MMwIRP

Berdasarkan model MIRP tersebut, selanjutnya dirancang model MMwIRP dengan pertimbangan batasan tambahan yang diperlukan. Berikut merupakan *variabel* yang dibutuhkan oleh model MMwIRP:

- N : Jumlah nodes
- W : Jumlah gudang
- V : Jumlah kendaraan
- P : Jumlah jenis produk
- C : Kapasitas kendaraan
- h_{pi} : Biaya penyimpanan pada node i
- tc_{ij} : Biaya perjalanan dari node i ke node j
- d_{pi} : Jumlah permintaan produk p pada node i

- q_{pijk} : Jumlah produk p yang dikirimkan ke node i dari gudang w menggunakan kendaraan k
- VC : Biaya pengadaan kendaraan
- R_{pw} : Jumlah produk p yang diterima oleh gudang w
- inv_{pi} : Jumlah persediaan produk p pada node i
- y_k : *Variabel* biner yang bernilai 1 jika kendaraan k digunakan
- x_{ijk} : *Variabel* biner yang bernilai 1 jika kendaraan k melakukan perjalanan dari node i ke node j

Selanjutnya setelah mengetahui *variabel* yang dibutuhkan untuk menyusun model MMwIRP, maka dilakukan perancangan model matematis untuk MMwIRP sebagai berikut:

$$\text{Min} \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N h_{pi} inv_{pi} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^V tc_{ij} x_{ijk} + \sum_{k=1}^V y_k VC \quad \text{Pers. 1}$$

$$\sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^N \sum_{j=W+1}^N q_{pijk} \leq C y_k \quad \forall k \in V \quad \text{Pers. 2}$$

$$inv_{pw} = R_{pw} - \sum_{j=W+1}^N \sum_{k=0}^K q_{pwjk} y_k \quad \forall w \in W, \forall p \in P \quad \text{Pers. 3}$$

$$inv_{pj} = \sum_{w=1}^W \sum_{k=1}^V q_{pwjk} - d_{pj} \quad \forall j \in W+1 \dots N, \forall p \in P \quad \text{Pers. 4}$$

$$d_{pj} \leq \sum_{w=1}^W \sum_{j=W+1}^N q_{pwjk} y_k \quad \forall p \in P, \forall j \in W+1 \dots N \quad \text{Pers. 5}$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ijk} = \sum_{i=1}^N x_{jik} \quad \forall j \in W+1 \dots N, \forall k \in V \quad \text{Pers. 6}$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ijk} = \begin{cases} \sum_{p=1}^P \sum_{w=1}^W q_{pwjk} > 0, \text{ then } 1 \\ \text{else, } 0 \end{cases} \quad \forall j \in N, \forall k \in V \quad \text{Pers. 7}$$

$$\sum_{j=1}^N x_{wjk} = \begin{cases} \sum_{p=1}^P \sum_{j=W+1}^N q_{pwjk} > 0, \text{ then } 1 \\ \text{else, } 0 \end{cases} \quad \forall w \in W, \forall k \in V \quad \text{Pers. 8}$$

$$1 \leq u_{wk} \leq W \quad \forall w \in W, \forall k \in V \quad \text{Pers. 9}$$

$$W+1 \leq u_{ik} \leq N \quad \forall i \in N, \forall k \in V \quad \text{Pers. 10}$$

$$u_{ik} - u_{jk} + 1 \leq (N+1)(1 - x_{ijk}) \quad \forall i, j \in W+1 \dots N, \forall k \in V \quad \text{Pers. 11}$$

$$y_k, x_{ijk} = \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V \quad \text{Pers. 12}$$

Pada persamaan 1 merupakan fungsi tujuan dari permasalahan yang akan diselesaikan yaitu minimalisasi biaya, dengan komponen biaya berupa biaya penyimpanan, biaya transportasi perpindahan lokasi, dan biaya pengadaan untuk kendaraan. Kemudian persamaan 2 bertujuan untuk memastikan jumlah barang yang dikirimkan oleh suatu kendaraan tidak melebihi kapasitas yang dimiliki. Persamaan 3 berperan menghitung jumlah persediaan setiap jenis produk yang terdapat pada gudang. Pada persamaan 4 bertujuan untuk menghitung banyak setiap jenis produk yang disimpan pada setiap lokasi *retailer*. Selanjutnya persamaan 5 untuk memastikan jumlah barang yang dikirimkan

dapat memenuhi permintaan dari setiap lokasi. Lalu pada persamaan 6 untuk memastikan jika satu lokasi dikunjungi, maka akan ada perpindahan dari lokasi tersebut ke lokasi lain. Persamaan 7 memastikan jika terdapat barang yang perlu dikirimkan dari suatu gudang ke lokasi j , maka rute kendaraan yang terbentuk harus menghampiri lokasi j . Sedangkan persamaan 8 memastikan gudang w dikunjungi oleh kendaraan k saat ada sejumlah barang yang dikirimkan dari gudang ke lokasi *retailer* menggunakan kendaraan k . Pada persamaan 9, persamaan 10, dan persamaan 11 merupakan batasan untuk mencegah terjadi subtur. Terakhir, persamaan 12 menunjukkan *sign restriction* dari setiap variabel yang digunakan.

Model yang dirancang dengan mempertimbangkan hal berikut:

- Setiap gudang memiliki keterbatasan persediaan untuk setiap produk
- Biaya transportasi antar lokasi bernilai asimetris
- Permintaan setiap produk pada masing-masing *retailer* diketahui
- Kapasitas dan biaya pengadaan untuk setiap kendaraan bernilai sama
- Ukuran dari setiap produk sama
- Setiap kendaraan yang digunakan akan memiliki satu rute perjalanan
- Setiap kendaraan dapat mengunjungi beberapa gudang untuk memenuhi jumlah barang yang diminta

Berdasarkan model yang dirancang, hasil yang didapatkan adalah jumlah kendaraan yang digunakan, banyak barang dari setiap jenis yang dikirimkan, rute perjalanan yang dihasilkan oleh setiap kendaraan, dan besar biaya yang dihasilkan berdasarkan rancangan rute serta persediaan di setiap lokasi.

Studi Kasus

Model yang telah dirancang, selanjutnya akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Permasalahan yang diselesaikan oleh Lmariouh et al. (2014) merupakan permasalahan nyata dari penerapan model IRP pada perusahaan minuman botol di Maroko. Pada permasalahan tersebut hanya terdapat satu buah gudang untuk melayani 12 *retailer* dengan variasi produk sebanyak empat jenis. Pada kondisi

perusahaan yang lebih besar, terdapat kemungkinan gudang yang dimiliki lebih dari satu. Berdasarkan hal tersebut, dibuat data hipotesis yang mengacu pada studi kasus pada kondisi nyata.

N : 30
V : 7
C : 1000
W : 3
P : 4

Tabel 1. Data set

p	i	R	d	h
1	1	174	.	1.5
1	2	150	.	1.5
1	3	150	.	1.5
1	4	.	14	2.51236
1	5	.	14	3.51456
1	6	.	17	2.5563
1	7	.	18	2.34943
1	8	.	14	2.46422
1	9	.	12	2.89971
1	10	.	10	1.88091
1	11	.	25	1.8
1	12	.	11	1.8
1	13	.	11	2.5285
1	14	.	10	1.84767
1	15	.	15	2.32303
1	16	.	20	2.7886
1	17	.	21	2.57041
1	18	.	19	1.83134
1	19	.	11	3.32039
1	20	.	14	3.71812
1	21	.	17	1.8
1	22	.	16	2.88068
1	23	.	11	2.81496
1	24	.	16	3.07745
1	25	.	15	2.15528
1	26	.	10	2.53117
1	27	.	14	2.19521
1	28	.	16	1.95268
1	29	.	25	2.62358
1	30	.	15	2.09483
2	1	276	.	1.5
2	2	180	.	1.5
2	3	170	.	1.5
2	4	.	22	2.69104
2	5	.	17	2.65137
2	6	.	16	1.88228
2	7	.	21	3.26381
2	8	.	13	3.53905
2	9	.	13	2.40879
2	10	.	10	3.69655
2	11	.	15	2.50854
2	12	.	23	2.81973
2	13	.	10	2.48808
2	14	.	16	3.14965

p	i	R	d	h
2	15	.	17	2.99454
2	16	.	16	2.02015
2	17	.	15	3.34469
2	18	.	10	2.58281
2	19	.	11	2.45511
2	20	.	17	2.37415
2	21	.	13	2.23812
2	22	.	17	2.61093
2	23	.	14	2.30613
2	24	.	21	2.17648
2	25	.	16	2.45054
2	26	.	20	2.53179
2	27	.	19	2.52675
2	28	.	10	2.32614
2	29	.	10	2.13225
2	30	.	19	1.8
3	1	171	.	1.5
3	2	261	.	1.5
3	3	178	.	1.5
3	4	.	10	2.45838
3	5	.	10	3.83084
3	6	.	11	3.23597
3	7	.	15	3.25759
3	8	.	19	2.82142
3	9	.	19	2.92211
3	10	.	21	2.61398
3	11	.	10	2.63728
3	12	.	14	2.83671
3	13	.	10	2.17458
3	14	.	21	2.6864
3	15	.	11	1.8
3	16	.	10	3.01525
3	17	.	16	2.35751
3	18	.	10	2.27912
3	19	.	17	2.45024
3	20	.	15	2.67257
3	21	.	10	2.91529
3	22	.	18	3.09757
3	23	.	14	2.97081
3	24	.	19	2.00995
3	25	.	19	3.77365
3	26	.	15	3.34387
3	27	.	14	3.51785
3	28	.	13	2.41521
3	29	.	10	2.04514
3	30	.	14	3.10949
4	1	150	.	1.5
4	2	237	.	1.5
4	3	254	.	1.5
4	4	.	16	2.13934
4	5	.	10	1.93794
4	6	.	12	2.34367
4	7	.	17	2.03919
4	8	.	10	2.30793
4	9	.	11	3.06801
4	10	.	18	2.91215
4	11	.	22	3.0859
4	12	.	10	1.8
4	13	.	20	2.41645

p	i	R	d	h
4	14	.	15	2.90889
4	15	.	20	2.35944
4	16	.	10	1.8
4	17	.	14	2.7738
4	18	.	12	2.03698
4	19	.	19	1.93386
4	20	.	21	2.90878
4	21	.	18	2.56408
4	22	.	22	3.175
4	23	.	17	2.5189
4	24	.	17	2.77878
4	25	.	24	3.46014
4	26	.	15	2.01111
4	27	.	22	2.65003
4	28	.	21	2.75877
4	29	.	10	2.69533
4	30	.	14	2.17739

Hasil dan Diskusi

Model dibuat dengan menggunakan AMPL dan dilakukan penyelesaian masalah dengan menggunakan solver Gurobi pada website NEOS Solver. Berdasarkan penyelesaian masalah yang dilakukan, didapatkan hasil fungsi tujuan sebesar 2.911,84 dengan lama penyelesaian masalah 228,50 detik. Jumlah kendaraan yang digunakan sebanyak 2 buah dan rute untuk masing-masing kendaraan sebagai berikut.

Tabel 2. Hasil rute kendaraan

k	y _k	Rute
1	0	
2	0	
3	1	1-8-2-21-12-28-24-4-29-5-19-7-17-18-11-6-27-20-1
4	0	
5	0	
6	1	3-23-26-30-14-16-10-15-22-9-13-25-3
7	0	

Selanjutnya dilakukan analisis sensitivitas terhadap beberapa parameter yang digunakan. Parameter yang diubah adalah harga pengadaan kendaraan, biaya penyimpanan, dan biaya transportasi. Terdapat lima tingkatan perubahan nilai yang digunakan yaitu -20%, -10%, 0%, 10%, dan 20%.

Tabel 3. Analisis sensitivitas

h	tc	vc	Total Cost	ΔCost	Run time (sec)
-20%	-20%	-20%	2,484.93	8%	252.10

h	tc	vc	Total Cost	ΔCost	Run time (sec)
-20%	-20%	-10%	2,596.83	4%	253.89
-20%	-20%	0%	2,690.65	0%	437.69
-20%	-20%	10%	2,791.69	4%	251.70
-20%	-20%	20%	2,890.58	7%	1,662.14
-20%	-10%	-20%	2,578.25	4%	298.78
-20%	-10%	-10%	2,691.64	0%	209.73
-20%	-10%	0%	2,784.69	3%	1,791.31
-20%	-10%	10%	2,884.29	7%	239.85
-20%	-10%	20%	2,984.61	11%	531.26
-20%	0%	-20%	2,672.41	1%	644.12
-20%	0%	-10%	2,783.01	3%	348.65
-20%	0%	0%	2,868.52	6%	256.50
-20%	0%	10%	2,979.56	10%	333.91
-20%	0%	20%	3,081.80	14%	368.00
-20%	10%	-20%	2,769.98	3%	346.72
-20%	10%	-10%	2,856.14	6%	182.42
-20%	10%	0%	2,964.54	10%	217.50
-20%	10%	10%	3,073.12	14%	421.13
-20%	10%	20%	3,179.33	18%	364.88
-20%	20%	-20%	2,880.56	7%	1,507.91
-20%	20%	-10%	2,970.92	10%	239.92
-20%	20%	0%	3,075.62	14%	1,364.68
-20%	20%	10%	3,156.48	17%	217.52
-20%	20%	20%	3,278.30	22%	223.82
-10%	-20%	-20%	2,494.50	7%	535.22
-10%	-20%	-10%	2,605.96	3%	138.90
-10%	-20%	0%	2,688.84	0%	554.88
-10%	-20%	10%	2,800.16	4%	208.67
-10%	-20%	20%	2,907.76	8%	246.22
-10%	-10%	-20%	2,602.61	3%	344.10
-10%	-10%	-10%	2,698.30	0%	471.70
-10%	-10%	0%	2,791.39	4%	746.40
-10%	-10%	10%	2,891.35	7%	963.50
-10%	-10%	20%	3,002.62	11%	888.90
-10%	0%	-20%	2,705.77	0%	1,014.10
-10%	0%	-10%	2,780.16	3%	251.00
-10%	0%	0%	2,866.24	6%	366.70
-10%	0%	10%	3,006.11	11%	210.90
-10%	0%	20%	3,092.05	15%	852.60
-10%	10%	-20%	2,793.13	4%	212.90
-10%	10%	-10%	2,884.68	7%	520.00
-10%	10%	0%	2,983.18	11%	421.90
-10%	10%	10%	3,098.00	15%	854.20
-10%	10%	20%	3,184.04	18%	939.40
-10%	20%	-20%	2,882.72	7%	314.20

h	tc	vc	Total Cost	ΔCost	Run time (sec)
-10%	20%	-10%	2,972.65	10%	665.60
-10%	20%	0%	3,067.78	14%	1,185.50
-10%	20%	10%	3,163.10	17%	608.70
-10%	20%	20%	3,277.35	22%	286.40
0%	-20%	-20%	2,494.91	7%	225.73
0%	-20%	-10%	2,585.81	4%	259.72
0%	-20%	0%	2,696.66	0%	664.18
0%	-20%	10%	2,805.24	4%	182.14
0%	-20%	20%	2,910.92	8%	904.31
0%	-10%	-20%	2,594.67	4%	412.70
0%	-10%	-10%	2,690.60	0%	283.00
0%	-10%	0%	2,797.87	4%	226.40
0%	-10%	10%	2,906.91	8%	206.80
0%	-10%	20%	2,991.84	11%	455.80
0%	0%	-20%	2,697.84	0%	866.30
0%	0%	-10%	2,799.25	4%	757.30
0%	0%	0%	2,911.84	8%	228.50
0%	0%	10%	2,984.70	11%	385.00
0%	0%	20%	3,078.76	14%	415.60
0%	10%	-20%	2,764.04	2%	190.20
0%	10%	-10%	2,888.89	7%	481.14
0%	10%	0%	2,989.93	11%	594.12
0%	10%	10%	3,074.10	14%	299.91
0%	10%	20%	3,174.63	18%	671.76
0%	20%	-20%	2,864.00	6%	183.60
0%	20%	-10%	2,981.19	11%	273.95
0%	20%	0%	3,055.51	13%	158.91
0%	20%	10%	3,172.49	18%	142.04
0%	20%	20%	3,283.89	22%	167.73
10%	-20%	-20%	2,510.91	7%	90.58
10%	-20%	-10%	2,606.87	3%	188.72
10%	-20%	0%	2,708.56	0%	147.95
10%	-20%	10%	2,794.05	4%	419.30
10%	-20%	20%	2,909.60	8%	131.69
10%	-10%	-20%	2,580.67	4%	164.64
10%	-10%	-10%	2,701.00	0%	158.85
10%	-10%	0%	2,801.85	4%	742.32
10%	-10%	10%	2,888.90	7%	132.23
10%	-10%	20%	2,989.33	11%	160.00
10%	0%	-20%	2,679.25	1%	156.83
10%	0%	-10%	2,793.58	4%	661.27
10%	0%	0%	2,872.18	7%	507.62
10%	0%	10%	2,986.32	11%	403.29
10%	0%	20%	3,095.83	15%	110.66
10%	10%	-20%	2,764.04	2%	290.73

h	tc	vc	Total Cost	Δ Cost	Run time (sec)
10%	10%	-10%	2,888.89	7%	162.78
10%	10%	0%	2,989.93	11%	615.26
10%	10%	10%	3,074.10	14%	991.97
10%	10%	20%	3,174.63	18%	181.25
10%	20%	-20%	2,864.00	6%	300.07
10%	20%	-10%	2,981.19	11%	175.12
10%	20%	0%	3,055.51	13%	940.63
10%	20%	10%	3,172.49	18%	509.48
10%	20%	20%	3,283.89	22%	703.06
20%	-20%	-20%	2,508.49	7%	438.23
20%	-20%	-10%	2,604.66	3%	217.68
20%	-20%	0%	2,698.51	0%	118.11
20%	-20%	10%	2,798.48	4%	145.22
20%	-20%	20%	2,908.50	8%	205.50
20%	-10%	-20%	2,580.67	4%	229.50
20%	-10%	-10%	2,701.00	0%	785.72
20%	-10%	0%	2,801.85	4%	713.35
20%	-10%	10%	2,888.90	7%	1,022.28
20%	-10%	20%	2,989.33	11%	211.36
20%	0%	-20%	2,679.25	1%	204.42
20%	0%	-10%	2,793.58	4%	442.18
20%	0%	0%	2,872.18	7%	257.42
20%	0%	10%	2,986.32	11%	473.70
20%	0%	20%	3,095.83	15%	208.96
20%	10%	-20%	2,764.04	2%	425.20
20%	10%	-10%	2,888.89	7%	418.45
20%	10%	0%	2,989.93	11%	219.71
20%	10%	10%	3,074.10	14%	950.44
20%	10%	20%	3,174.63	18%	442.50
20%	20%	-20%	2,864.00	6%	1,017.32
20%	20%	-10%	2,981.19	11%	225.51
20%	20%	0%	3,055.51	13%	288.10
20%	20%	10%	3,172.49	18%	771.53
20%	20%	20%	3,283.89	22%	2,234.45

Berdasarkan Tabel 3 diketahui total biaya paling rendah didapatkan saat terjadi penurunan sebesar 20% pada seluruh parameter. Selain itu, perubahan total biaya yang dikeluarkan terjadi paling banyak saat perubahan biaya transportasi dan biaya pengadaan kendaraan meningkat menjadi 20% dan biaya penyimpanan berubah sebesar -20%, 0%, 10%, dan 20%. Selanjutnya dilakukan uji korelasi untuk mengetahui parameter yang paling berpengaruh terhadap total biaya yang didapatkan.

Tabel 4. Hasil korelasi

	hc	tc	vc	Cost
hc	1			
tc	1.299E-18	1		
vc	-8.881E-20	-2.775E-17	1	
Cost	0.008	0.677	0.734	1

Tabel 4 menunjukkan perubahan pada biaya pengadaan dari kendaraan berdampak paling besar terhadap total biaya yang dikeluarkan. Sedangkan perubahan pada biaya penyimpanan berpengaruh paling kecil.

Kesimpulan

Model matematika yang diusulkan untuk memecahkan masalah Inventory Routing Problem dengan mempertimbangkan Multi-product Multi-warehouse berhasil dibuat. Model yang diusulkan *mix integer linear programming* sehingga memakan waktu yang cukup banyak dengan skala masalah meningkat. Oleh karena itu, disarankan dapat mempertimbangkan penyelesaian masalah dengan menggunakan berbagai metaheuristik seperti algoritma berbasis genetik, partikel swarming dalam studi masa depan untuk memecahkan masalah skala besar. Kemudian, berdasarkan uji sensitivitas yang dilakukan, diketahui parameter biaya pengadaan kendaraan berpengaruh paling besar terhadap total biaya yang dikeluarkan. Selain itu, model MMwIRP dapat dikembangkan lebih lanjut dengan mempertimbangkan beberapa periode waktu sehingga biaya penyimpanan dapat lebih berdampak.

Daftar Pustaka

- Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G. and Løkketangen, A. (2010), "Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing", *Computers and Operations Research*, September, doi: 10.1016/j.cor.2009.11.009.
- Archetti, C., Bertazzi, L., Hertz, A. and Grazia Speranza, M. (2012), "A hybrid heuristic for an inventory routing problem", *INFORMS Journal on Computing*, Vol. 24 No. 1, pp. 101–116, doi: 10.1287/ijoc.1100.0439.
- Bertazzi, L. and Speranza, M.G. (2012), "Inventory routing problems: an introduction", *EURO Journal on*

- Transportation and Logistics*, Elsevier BV, Vol. 1 No. 4, pp. 307–326, doi: 10.1007/s13676-012-0016-7.
- Campbell, A.M. and Savelsbergh, M.W.P. (2004), “A decomposition approach for the inventory-routing problem”, *Transportation Science*, INFORMS Inst.for Operations Res.and the Management Sciences, Vol. 38 No. 4, pp. 488–502, doi: 10.1287/trsc.1030.0054.
- Cao, J., Gao, J., Li, B. and Wang, X. (2020), *The Inventory Routing Problem: A Review*.
- Coelho, L.C., Cordeau, J.F. and Laporte, G. (2014), “Thirty years of inventory routing”, *Transportation Science*, INFORMS Inst.for Operations Res.and the Management Sciences, Vol. 48 No. 1, pp. 1–19, doi: 10.1287/trsc.2013.0472.
- Hewitt, M., Nemhauser, G., Savelsbergh, M. and Song, J.H. (2013), “A branch-and-price guided search approach to maritime inventory routing”, *Computers and Operations Research*, Vol. 40 No. 5, pp. 1410–1419, doi: 10.1016/j.cor.2012.09.010.
- Lmariouh, J., Hachemi, N. el, Jamali, A. and Bouami, D. (2014), “The multi-vehicle multi-product inventory-routing problem: A case study”, *2014 International Conference on Advanced Logistics and Transport, ICALT 2014*, IEEE Computer Society, pp. 319–323, doi: 10.1109/ICAdLT.2014.6866332.
- Moin, N.H. and Salhi, S. (2007), “Inventory routing problems: A logistical overview”, *Journal of the Operational Research Society*, Palgrave Macmillan Ltd., 26 September, doi: 10.1057/palgrave.jors.2602264.
- Persson, J.A. and Göthe-Lundgren, M. (2005), “Shipment planning at oil refineries using column generation and valid inequalities”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 163 No. 3, pp. 631–652, doi: 10.1016/j.ejor.2004.02.008.
- Qu, W.W., Bookbinder, J.H. and Iyogun, P. (1999), *An Integrated Inventory-Transportation System with Modified Periodic Policy for Multiple Products*.
- Ronen, D. (1993), *Invited Review Ship Scheduling: The Last Decade*, *European Journal of Operational Research*, Vol. 71.
- Yeh, Y. and Low, C. (2017), “Mathematical Modelling for a Multi-Product Inventory Routing Problem with Split Delivery”, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Scientific Research Publishing, Inc, Vol. 05 No. 09, pp. 1607–1612, doi: 10.4236/jamp.2017.5913