

**LAPORAN PENELITIAN**

**PROFIL BERPIKIR INTUITIF MATEMATIK**



oleh:

Agus Sukmana, Drs., M.Sc.

Dibiayai oleh Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat Universitas  
Katolik Parahyangan sesuai dengan surat perjanjian Nomor: III/LPPM/2011-09/120-P

**LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT**  
**UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN**  
**BANDUNG 2011**

## ABSTRAK

Penelitian ini berupa kajian pustaka dengan obyek penelitian adalah kemampuan berpikir intuitif dalam aktivitas pembelajaran matematika. Studi literatur difokuskan pada: (i). menggali pemahaman matematikawan mengenai keterlibatan intuisi dalam proses bermatematika; (ii). menggali lebih dalam pemahaman mengenai intuisi; (iii). keterkaitan intuisi dengan pembelajaran matematika. Sehingga dihasilkan profil berpikir intuitif yang akan memberikan gambaran yang cukup lengkap mengenai bagaimana keterlibatan intuisi dan peranannya dalam pembelajaran matematika. Profil ini akan menjadi landasan atau modal bagi penelitian lanjutan mengenai perkembangan kemampuan berpikir intuitif dalam mempelajari matematika. Berdasarkan hasil kajian literatur, cukup banyak matematikawan berpendapat dan mengakui pentingnya intuisi dalam kegiatan bermatematika, namun intuisi belum banyak menyentuh ranah pembelajaran matematika. Sehingga melalui kajian pustaka ini dapat diketahui masalah-masalah yang dapat dielaborasi menjadi topik-topik penelitian intuisi dalam pembelajaran matematika.

**Kata kunci:** intuisi, berpikir intuitif, pembelajaran matematika

## KATA PENGANTAR

Puji syukur saya panjatkan kepada Tuhan YME atas tuntasnya penulisan laporan penelitian yang dilaksanakan pada periode September s/d Desember 2011 (Semester Ganjil tahun akademik 2011/2012). Penelitian ini merupakan bagian dari peta penelitian (*road map*) yang dilaksanakan oleh peneliti sejak tahun 2009 dengan tema Peranan Intuisi didalam Pembelajaran Matematika. Diharapkan hasil penelitian literatur ini dapat memberikan kontribusi untuk meletakkan dasar teori bagi penelitian intuisi dalam pembelajaran Matematika.

Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Katolik Parahyangan atas dukungan pembiayaan penelitian sesuai dengan perjanjian penelitian Nomor: III/LPPM/2011-09/120-P . Dukungan dana tersebut sangat membantu melancarkan kegiatan penelitian sehingga selesai sesuai dengan periode waktu yang direncanakan.

Peneliti telah menyajikan hasil penelitian ini pada forum Seminar Nasional Pendidikan Matematika yang dilaksanakan pada tanggal 7 Desember 2011 di Kampus STKIP Siliwangi Cimahi, dan makalahnya dipublikasi dalam Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika, volume 1 tahun 2011 halaman 159-165. Tujuan penyajian tersebut adalah untuk diseminasi hasil penelitian dan menjamin akuntabilitas penelitian.

Semoga penelitian ini dapat memberi kontribusi untuk menjadi pijakan bagi penelitian intuisi dalam pembelajaran matematika tahap selanjutnya.

Bandung, 8 Desember 2011

Peneliti,

Agus Sukmana, Drs., MSc

NIK. 19930538

## DAFTAR ISI

ABSTRAK .....	ii
KATA PENGANTAR .....	iii
DAFTAR GAMBAR .....	v
BAB I PENDAHULUAN .....	1
BAB II INTUISI DALAM BERMATEMATIKA .....	3
BAB III MEMAHAMI INTUISI .....	12
3.1 Pemahaman Intuisi dari Sudut Pandang Awam .....	12
3.2 Pemahaman Intuisi dari Sudut Pandang Peneliti .....	14
3.3 Intuisi dan Pemrosesan Informasi .....	21
3.4 Intuisi dalam Pemecahan Masalah .....	24
3.5 Intuisi dan Gaya Belajar .....	26
3.6 Perkembangan Kematangan Intuisi .....	28
3.7 Bias Kognisi, Intuisi, dan Probabilitas .....	29
BAB 4 INTUISI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA .....	32
BAB IV PENUTUP .....	36
DAFTAR PUSTAKA .....	37
LAMPIRAN –LAMPIRAN .....	43

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Contoh Permasalahan Mencari Lintasan Terpendek.....	9
Gambar 2 Garis lurus adalah lintasan terpendek.....	9
Gambar 3 Contoh intuisi berupa “lompatan” gagasan.....	10
Gambar 4 Model Intuisi Menurut Baylor (1997).....	19
Gambar 5 Model <i>Dual-Process</i> ( Kahneman, 2002: 451) .....	23
Gambar 6 Model Kurva-U Perkembangan Kematangan Intuisi (Baylor, 2001) ..	29

## BAB I PENDAHULUAN

Perhatian terhadap Intuisi dan perkembangan kemampuan berpikir intuitif mendapat perhatian dan menjadi bahan kajian berbagai disiplin ilmu, terutama pada: filsafat (seperti Nolt, 1983; McLarty, 1997; Sher & Tieszen, 2000; Weinberg, Gonnerman, Buckner, & Alexander, 2010), psikologi (seperti Metcalfe, 1987; Parsons, 1993) dan pendidikan (seperti Wilder, 1967; Fischbein, 1987; Stavy & Tirosh, 2000; Ben-Zeev & Star, 2001). Kondisi ini mengakibatkan penelitian intuisi menjadi penelitian multi-dimensi dan multi-disiplin dan memerlukan metoda penelitian yang tidak biasa.

Keterlibatan dan peran intuisi dalam aktivitas bermatematika menarik untuk dikaji, karena apabila pengaruhnya signifikan dapat dilanjutkan dengan pengkajian apakah intuisi seseorang dapat ditingkatkan atau dikembangkan dan bagaimana cara mengembangkannya. Penelitian ini merupakan kajian literatur yang bertujuan untuk mengumpulkan landasan teoritis bagi penelitian intuisi khususnya didalam pembelajaran matematika. Melalui kajian literatur ini ingin dicari jawaban untuk pertanyaan-pertanyaan berikut:

- (a). Bagaimana pandangan para matematikawan mengenai keterlibatan intuisi dalam aktivitas bermatematika mereka? Meskipun masih kontroversial tetapi peneliti ingin mengetahui pandangan mereka (terutama yang positif) terhadap intuisi sehingga dapat dijadikan pijakan untuk meneliti intuisi dalam pembelajaran matematika.
- (b). Apakah pengertian intuisi matematik merupakan suatu bentuk lain dari berpikir matematik? Klarifikasi ini diperlukan untuk memastikan apabila intuisi merupakan bentuk lain dari berpikir matematik maka ia dapat ditingkatkan atau dikembangkan melalui pembelajaran. Tetapi bila intuisi matematik bukan merupakan bentuk berpiir matematik dalam artian *given*

pada diri seseorang memberi implikasi pada penelitian intuisi matematika menjadi tidak berharga untuk dilakukan.

- (c). Seberapa jauh penelitian mengenai intuisi matematika dalam pembelajaran matematika?

Yang kemudian menjadi dasar bagi penelitian karakteristik berpikir intuitif matematik siswa/mahasiswa.

Pembahasan akan dilakukan dengan menggunakan metoda deskriptif dengan sistematika pembahasan sebahai berikut:

Pada Bab I dibahas rasional mengapa penelitian ini dilakukan dan jawaban atas pertanyaan-pertanyaan penelitian apa yang ingin diperoleh.

Bab II difokuskan pada pandangan matematikawan terhadap keterlibatan intuisi didalam aktivitas matematika mereka.

Bab III membahas beberpa pengertian intuisi dari berbagai sudut pandang untuk mendapatkan pemahaman yang konprehensif mengenai intuisi meskipun disadari bahwa pemahaman intuisi bergantung pada domain dan bersifat intuitif juga.

Bab IV membahas sekilas aktivitas penelitian mengenai intuisi matematik untuk memastikan bahwa penelitian mengenai intuisi matematik sudah dirintis oleh para peneliti pemndidikan matematika

Bab V menutup pembahasan dengan rangkuman secara umum terhadap apa yang telah dibahas dalam penelitian ini.

## BAB II INTUISI DALAM BERMATEMATIKA

Sebelum mengawali kajian mengenai bagaimana peranan intuisi dalam bermatematika, sejenak kita ingat-ingat kembali kisah terkenal dari Archimedes beberapa ratus tahun sebelum masehi untuk mendapatkan ilustrasi mengenai intuisi. Archimedes diminta bantuan oleh rajanya untuk membuktikan secara ilmiah<sup>1</sup> bahwa mahkota raja terbuat seluruhnya dari emas murni dan bukan tanpa melebur atau menghancurkan mahkota tersebut. Sang raja ingin mengetahui apakah si pembuat mahkota telah bertindak jujur dan tidak berusaha untuk mengambil sebagian emasnya dengan mencampurkannya dengan logam lain. Archimedes telah berusaha keras untuk memperoleh gagasan untuk memecahkan masalah tersebut tetapi tidak berhasil. Sampai pada akhirnya ia sejenak menyegarkan badannya dengan berendam dalam bak. Sekonyong-konyong ia berteriak EUREKA!<sup>1</sup> untuk mengekspresikan kegembiraan yang luar biasa,



bahkan konon saking gembiranya ia berlari keluar rumah dan berteriak-teriak EUREKA tanpa mengenakan pakaian. Pada peristiwa tersebut muncul tiba-tiba dalam benak Archimedes gagasan untuk memecahkan persoalan yang telah dipikirkan lama, dan seolah-olah gagasannya muncul begitu saja ketika memperhatikan tumpahan air dari bak mandi. Kemudian hari peristiwa memperoleh gagasan tersebut dikenal dengan istilah *Aha! Experience* (AE).

---

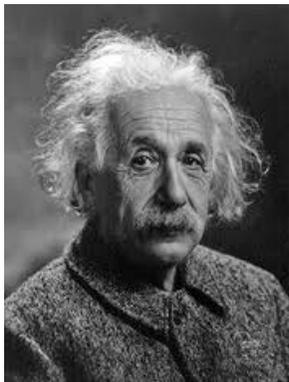
<sup>1</sup> Eureka berasal dari bahasa Yunani, yang kurang lebih berarti : “saya berhasil mendapatkannya”.

Apakah gagasan tersebut merupakan hasil dari suatu proses kognitif ? Pada awalnya peristiwa tersebut dianggap tidak ada kaitannya dengan proses berpikir karena seolah-olah muncul begitu saja tanpa melalui proses berpikir. Tetapi kemudian diakui sebagai suatu proses berpikir “ yang tidak melalui proses biasa”. Kisah Archimedes untuk memperoleh gagasan tersebut memberikan ilustrasi bagaimana intuisi Archimedes bekerja ketika berhadapan dengan persoalan.

Selanjutnya dikaji bagaimana pengakuan dari beberapa matematikawan besar mengenai kehadiran, keterlibatan, dan peran intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka. Kajian pustaka difokuskan pada kisah empat orang matematikawan terkemuka, yaitu: Albert Einstein (1879-1955), Jules Henri Poincaré (1854-1912), Christian Felix Klein (1849-1925), dan Srinivāsa Aiyangār Rāmānujam (1887-1920). Karya keempat matematikawan tersebut sesuai pengakuan mereka sangat dipengaruhi oleh intuisinya.

### **ALBERT EINSTEIN (1879-1955)**

Dalam sebuah suratnya Albert Einstein (1879-1955) mengemukakan sebuah pernyataan: “*La seule chose qui vaille au monde, c'est l'intuition*”.



Menurut Einstein, satu-satunya yang berharga di dunia ini adalah intuisi. Pernyataan tersebut ia kemukakan ketika menjawab pertanyaan yang diajukan padanya mengenai apakah intuisi memandunya dalam mencapai kemajuan capaian penelitian yang dilakukannya. Didalam surat tersebut, Einstein menceritakan sebuah pengalaman bagaimana intuisinya berperan ketika ia meneliti ruang *pseudo-Euclidean Minkowski* pada teori relativitas umum (baca di: <http://www.dialogus2.org/EIN/intuition.html>). Menurut Einstein bisa saja sebuah penemuan lahir melalui intuisi. Ketika suatu pengamatan atau observasi tidak dapat dilanjutkan dengan deduksi logis karena nampaknya tidak ada “jalur logis” yang menghubungkan fakta dengan ide teoritis, untuk itu diperlukan suatu lompatan imajinasi bebas melampaui suatu fenomena yang disebut intuisi.

Keprihatinan Einstein terhadap keengganan beberapa ilmuwan untuk memberdayakan intuisi, diungkapkannya melalui pernyataan berikut: “ *The intuitive mind is a sacred gift and the rational mind is a faithful servant. We have created a society that honors the servant and has forgotten the gift* “ (dalam Waks, 2006: 386). Einstein dalam pernyataan tersebut mengingatkan bahwa berpikir intuitif merupakan suatu karunia mulia (*a sacred gift*) yang dianugerahkan Tuhan kepada setiap individu, namun cenderung diabaikan dalam masyarakat yang lebih menghargai berpikir rasional.

### **JULES HENRI POINCARÉ (1854-1912)**

Matematikawan Henri Poincaré saat menyampaikan kuliahnya yang terkenal dihadapan anggota *Société de Psychologie* pada tahun 1908 di Paris juga



memaparkan bahwa proses penemuan teorema-teoremanya tidak lepas dari peran intuisi. Meskipun matematika dikenal sebagai sains deduktif, banyak gagasan matematika dari Poincaré diawali proses berfikir pada tingkat bawah sadar *unconscious level* (Van Moer, 2007: 172-173). Poincaré (1914/ 2009: 53-54) memaparkan pengalamannya bagaimana intuisi

hadir ketika ia sedang mengalami kebuntuan dalam memecahkan sebuah masalah mengenai fungsi Fuchsian:

*Disgusted at my want of succes, I went away to spend a few days at the seaside, and thought of entirely different things. One day, as I was walking on the cliff, the idea came to me, again with the same characteristics of brevity, suddenness, and immediate certainty .....* (Poincaré, 1914/ 2009: 53-54)

Dalam bukunya tersebut Poincaré menceriterakan bahwa gagasan mengenai fungsi Fuchsian hadir secara tiba-tiba dalam benaknya ketika ia tidak sedang memikirkannya, dan ia meyakini kebenaran gagasan tersebut. Gagasan tersebut telah memandunya kearah penemuan fungsi Fuchsian, itulah intuisi. Demikian pentingnya intuisi bagi Poincaré, menurutnya: “*It is by logic that we prove. It is*

by intuition that we invent” dan “ logic remains barren unless fertilized by intuition” (Raidl & Lubart, 2000: 217). Tidak akan ada aktivitas kreatif sejati dalam matematika dan sains tanpa intuisi. Kajian terhadap gagasan Poincaré tentang intuisi matematis dibahas oleh Godlove (2009).

### **CHRISTIAN FELIX KLEIN (1849-1925)**

Klein menuturkan pengalamannya mengenai penemuan teorema yang gagasan awalnya diperoleh melalui intuisi:

*But during my last night, the 22- 23 of March, [1882] -- which I spent sitting on the sofa because of asthma -- at about 3:30 there suddenly arose before me the Central Theorem, as it has been prefigured by me through the figure of the 14-gon in ( Ges. Abh., vol. 3, p. 126). The next afternoon, in the mail coach (which then ran from Norden to Emden) I thought through what I had found, in all its details. Then I knew I had a great theorem. . . . (Klein, 1928/1979: 360)*



Meskipun gagasan intuitif mengenai teorema tersebut telah diperoleh dan diyakini kebenarannya, namun ternyata sangat sulit untuk membuktikannya. Bahkan pembuktian teorema tersebut secara lengkap baru terpecahkan tuntas hampir 40 tahun kemudian oleh orang lain, yaitu Koebe pada tahun 1921. Kemudian teorema tersebut dikenal dengan sebutan Teorema Klein-Koebe.

### **SRĪNIVĀSA AIYANGĀR RĀMĀNUJAM (1887-1920)**



Srīnivāsa Aiyangār Rāmānujam (1887-1920) matematikawan India menulis surat kepada beberapa matematikawan besar pada masanya mengenai rumus-rumus yang menakjubkan untuk penjumlahan, perkalian, pecahan, dan akar takberhingga yang dikemukakannya secara intuitif. Namun tidak ada seorangpun meresponnya kecuali G. H. Hardy seorang matematikawan Inggris. Hardy dapat menerima kebenaran rumus-rumus tersebut

tanpa melalui proses pembuktian formal yang biasa dipergunakan dalam matematika, yang dikenal sebagai intuisi matematik. Kejeniusan Rāmānujam tercermin dari gagasan-gagasannya tersebut, dan telah memberikan kontribusi besar pada matematika meskipun beberapa gagasannya tidak sempat ia buktikan sebelum meninggal dunia pada usia 32 tahun.

Dari paparan kisah tersebut tampaknya beberapa temuan penting dalam matematika oleh matematikawan besar ternyata diperoleh melalui proses “yang tidak biasa”:

(i). Mereka melakukan lompatan-lompatan pemikiran ketika tidak/ belum ditemukan jalur logis yang menghubungkan antara fakta baru dengan gagasan teoritis yang ada, seperti yang dilakukan oleh Einstein, Klein, ataupun Ramanujam; atau (ii). Mereka memperoleh gagasan secara spontan atau ketika tidak sedang mencurahkan pikirannya untuk menyelesaikan masalah matematika yang mereka hadapi.

Selanjutnya, bagaimana pendapat matematikawan kini yang tidak sekaliber Einstein, Poincaré, Klein, dan Ramanujam? Mungkin mereka tidak berada pada aras menemukan teori-teori tetapi lebih pada pengembangan teori yang sudah ada dalam Matematika. Penelitian Leone Burton (1999) dan Liljedahl (2004) akan diulas untuk tujuan tersebut.

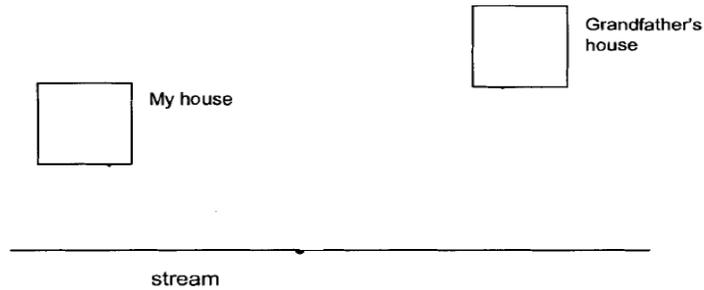
Leone Burton (1999) melakukan penelitian mengenai bagaimana keterlibatan intuisi dalam kegiatan “bermatematika” para matematikawan dengan meminta pendapat 70 orang subyek penelitian. Seperti telah diduga sebelumnya terjadi pro dan kontra mengenai hal ini karena intuisi masih merupakan sesuatu yang kontroversial. Menurut hasil penelitian Burton, ternyata cukup banyak subyek (yaitu 83%) yang mengakui bahwa kehadiran intuisi telah membantu mereka dalam kegiatan bermatematika mereka meskipun dengan kadar yang beragam. Dua contoh pernyataan berikut mewakili pendapat mereka yang mengakui adanya keterlibatan intuisi dalam kegiatan bermatematika: “ *...the ability to pick up that kind of connection in mathematics is mathematical intuition*

*and is a central feature*”, dan *“I don’t think you would ever start anything without intuition”*. Sedangkan dari mereka yang menyatakan tidak ada keterlibatan intuisi, contohnya adalah: *“there is no such thing as intuition in mathematics”*. Penelitian Burton berhasil menggali pemahaman matematikawan mengenai intuisi matematik sebagai upaya mereka untuk menghubungkan / membuat “lompatan” ketika mereka tidak/belum menemukan adanya “jalur logis” yang menghubungkan beberapa fakta/gagasan teoritis.

Penelitian Peter Gunnar Liljedahl (2004) yang ditulis dalam disertasinya mengarah kepada pemahaman bahwa intuisi matematik sebagai suatu gagasan spontan yang biasa disebut sebagai *Aha! Experience*. Liljedahl memberikan ilustrasi bagaimana *Aha! Experience* ia alami ketika dihadapkan pada penyelesaian permasalahan matematika yang sudah diupayakan dalam jangka waktu lama, namun gagasan luar biasa ia dapatkan seketika saat dosennya meminta penjelasan mengenai penyelesaian yang ia peroleh padahal saat itu dia sedang memikirkannya. Gagasan seketika tersebut sama sekali berbeda dengan yang sudah ia pikirkan sebelumnya. Gagasan seketika tersebut baginya adalah *Aha! Experience*. Kisah ini mirip dengan yang dialami oleh Poincaré, dan mendorongnya untuk mengkaji lebih lanjut mengenai *Aha! Experience* dalam pemecahan masalah matematika. Liljedahl melakukan penelitian terhadap 64 orang subyek. *Aha! Experience* berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukannya (Liljedahl, 2004: 196-197) ternyata berada dalam ranah afektif dan walaupun ada aspek kognitifnya tidak berada dalam peranan yang penting, hal ini berbeda dengan kebanyakan yang mengasumsikan bahwa gagasan takbiasa dari *Aha! Experience* merupakan hasil dari proses-proses kognitif yang tersembunyi (*hidden cognitive processes*). *Aha! Experience* atau intuisi secara umum melibatkan rasa dan emosi dari pelaku matematika.

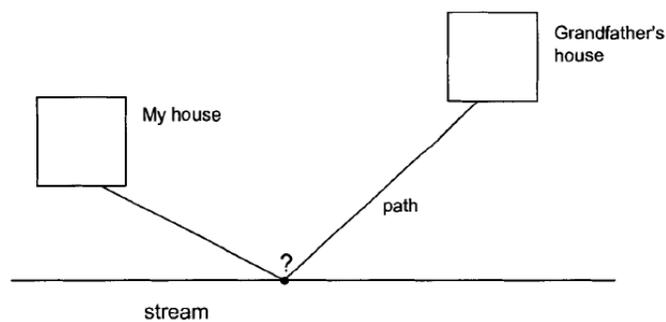
Berikut adalah contoh ilustrasi persoalan yang dihadapi oleh Liljedahl yang mendorongnya untuk memahami intuisi: seorang anak ingin membantu memadamkan kebakaran di rumah kakek. Sebelum ke rumah kakeknya ia harus

ke sungai mengambil air terlebih dahulu untuk memadamkan api (peta lokasi kedua rumah dapat dilihat pada Gambar 1).



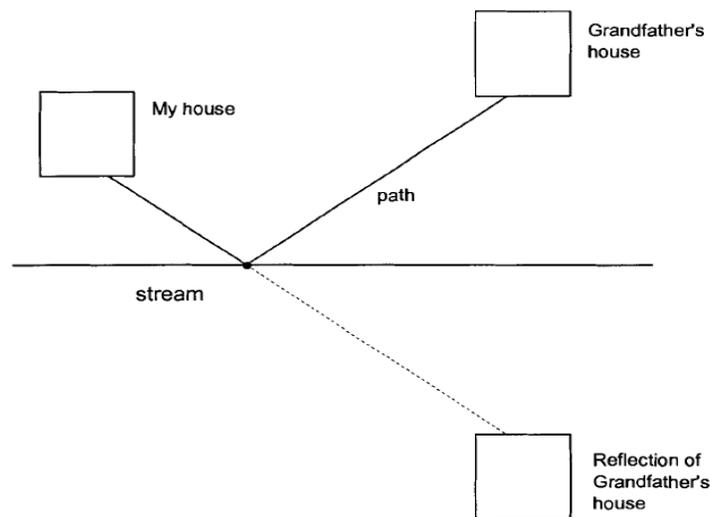
Gambar 1 Contoh Permasalahan Mencari Lintasan Terpendek

Langkah pertama yang dapat dilakukan adalah menarik garis lurus ke satu titik di sungai kemudian dilanjutkan ke lokasi rumah kakek. Mengapa harus garis lurus? Karena lintasan terpendek dari dua buah titik pada bidang datar berupa garis lurus. Bagaimana membuktikannya? Buktinya tidaklah sederhana, namun secara intuitif kita dapat menerima pernyataan tersebut. Dengan kata lain, mungkin kita tidak dapat membuktikan kebenaran pernyataan tersebut tetapi secara intuitif dengan tingkat keyakinan yang sangat tinggi kita dapat menerima pernyataan tersebut sebagai sebuah kebenaran. Ini merupakan contoh penerimaan suatu pernyataan matematika secara intuitif, contoh lain dibahas pada (Fischbein, Tirosh, & Melamed, 1981).



Gambar 2 Garis lurus adalah lintasan terpendek

Kemudian dicari kombinasi yang menghasilkan jarak terpendek untuk rute rumah saya-sungai-rumah kakek. Inipun ternyata tidak mudah atau siswa/mahasiswa lupa dengan rumus-rumus yang diperlukan untuk menghitung jarak rute tersebut. Kembali gagasan intuitif muncul untuk menyelesaikan masalah matematik tersebut, yaitu dengan merefleksikan (mencerminkan) lintasan menuju rumah kakek dan sungai sumbu refleksinya (lihat Gambar 3). Gagasan tersebut muncul tiba-tiba dalam benak Liljedahl setelah berhari-hari mencurahkan waktu untuk mencari penyelesaian masalah tersebut. Meskipun tampak sederhana, itulah gagasan yang muncul tiba-tiba di benak seorang mahasiswa S2 matematika yang telah cukup memiliki pengalaman dalam pemecahan masalah matematika. Apakah gagasan tersebut muncul secara acak dan dapat terjadi pada banyak orang, atau gagasan tersebut muncul tiba-tiba karena Liljedahl telah memiliki banyak pengalaman menghadapi dan memecahkan masalah-masalah matematika atau dengan katalain ia seorang pakar.



Gambar 3 Contoh intuisi berupa “lompatan” gagasan.

Dari paparan tersebut tampak bahwa cukup banyak matematikawan yang mengakui kehadiran intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka dengan tingkatan beragam. Beberapa matematikawan banyak yang mengandalkan intuisi mereka dalam proses penemuan teori yang mereka jalani. Ternyata keterlibatan

intuisi dalam kegiatan menyelesaikan masalah matematika juga diakui oleh banyak matematikawan lain setidaknya dari hasil penelitian Burton (1999).

Merujuk pada hasil penelitiannya tersebut, Burton kemudian mempertanyakan: “*Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education?* “. Menurut Burton, intuisi telah hilang atau diabaikan dalam pembelajaran matematika. Meminjam istilahnya Einstein, kita telah melupakan *gift* dalam pendidikan matematika. Waks (2006: 386) sependapat dengan Burton, dan kemudian untuk memperkuat argumennya ia menunjukkan bahwa unsur atau entri intuisi tidak dijumpai pada beberapa ensiklopedia pendidikan atau penelitian pendidikan, seperti: *Encyclopedia of Education* (New York: Macmillan Reference Library, 2002) dan *Encyclopedia of Educational Research*, 6th ed. (New York: Macmillan Reference Library, 1992). Namun ada beberapa buku yang membahas mengenai intuisi dalam pendidikan, seperti yang ditulis oleh: Bruner (1963/1977), Fischbein (1975, 1987) dan Hogarth (2001).

Kesimpulan yang dapat ditarik berdasarkan pembahasan bab ini adalah:

- (a). Intuisi meskipun masih merupakan konsep yang kontroversial dalam mencari kebenaran ternyata cukup banyak terlibat dan membantu para matematikawan dalam kegiatan bermatematika;
- (b). Meskipun intuisi berperan penting dalam kegiatan bermatematika seperti penerimaan pernyataan matematika secara intuitif tidak mengecualikan keharusan untuk memenuhi struktur deduktif matematika yang formal, ketat dan aksiomatik. Kadang memerlukan waktu yang cukup panjang seperti Klein untuk sampai pada situasi ini.
- (c). Intuisi belum banyak “dilirik” oleh peneliti pendidikan matematik meskipun banyak yang mengatakan bahwa intuisi berperan penting.

Secara umum peneliti setuju dengan pendapat Van Dooren, De Bock, & Verschaffel (2007) bahwa intuisi dan matematika meskipun sepintas tampak berbeda namun keduanya dapat disandingkan secara harmonis dalam kegiatan bermatematika.

## BAB III MEMAHAMI INTUISI

Beragamnya definisi intuisi seringkali terjadi ketidak sepahaman dalam membicarakan intuisi. Pada bab ini akan dilaporkan hasil kajian literatur mengenai makna intuisi.

### 3.1 Pemahaman Intuisi dari Sudut Pandang Awam

Intuisi merupakan istilah yang sudah tidak asing didengar oleh telinga kita. Istilah tersebut digunakan oleh berbagai kalangan mulai dari masyarakat awam sebagai ungkapan bahasa sehari-hari dengan makna yang luas, oleh para peneliti sebagai ungkapan bahasa ilmiah yang spesifik, dan oleh para filsuf sebagai ungkapan bahasa filosofis. Pemahaman masyarakat awam terhadap makna intuisi sangat beragam dengan spektrum yang lebar. Mulai dari intuisi dipahami sebagai suatu teknik “menebak” yang digunakan ketika tidak tersedia informasi yang memadai untuk membuat suatu penalaran logis, hingga intuisi dimaknai sebagai firasat, bahkan sebagai kemampuan mistis atau supranatural. Tidaklah mengherankan apabila terdapat berbagai padanan kata intuisi yang digunakan oleh masyarakat dan mencerminkan pemahaman mereka mengenai makna intuisi. Bastick (1982), Hayashi (2001), Hogarth (2001), dan Blacker (2006) mendapati padanan kata intuisi, antara lain: (1). *gut feeling* atau *hunch*, intuisi dipahami sebagai suatu firasat atau kata hati; (2) indera keenam (*sixth sense*), dipahami sebagai suatu yang diperoleh dari luar panca indera seseorang; (3) berpikir menggunakan otak kanan (*right brain thinking*), mengkontraskan intuisi dengan berpikir logis yang mereka yakini diproses pada otak kiri; (4). pemahaman mistis (*mystical insight*) atau pengetahuan yang misterius (*mysterious knowledge*), keberadaan intuisi dapat diterima tetapi tidak diketahui bagaimana dapat terjadi;

(5) proses-proses prasadar (*preconscious processes*), sebagai proses yang terjadi diluar kendali seseorang.

Sampai saat ini belum ada kesepakatan yang tegas dan definitif mengenai definisi intuisi dan juga bagaimana proses intuisi bekerja (Blacker, 2006: 17). Tujuh puluh tiga tahun lalu Wild (1938) telah berhasil mengidentifikasi terdapat 31 definisi yang berbeda mengenai intuisi. Definisi intuisi sangat bergantung pada ranah yang dikaji (Ben-Zeev & Star, 2001). Saat ini kajian mengenai intuisi banyak ditemui dalam di bidang: filsafat, psikologi, pendidikan manajemen, dan kesehatan.

Beranjak dari asal kata intuisi (*intuition* dalam bahasa Inggris) ditelusuri berbagai definisi intuisi. Intuisi berasal dari kata *intueri* dalam bahasa Latin yang secara harafiah berarti melihat jauh lebih kedalam (*insight*), sehingga intuisi memaknai tidak terbatas pada apa yang dapat dipersepsi oleh indera seseorang tetapi jauh lebih dalam pada makna yang tersirat (Sauvage, 1910).

Diawali dengan telaah makna intuisi secara umum menggunakan sumber pustaka beberapa kamus. Kamus mengartikan istilah intuisi antara lain:

- (1). “Kemampuan untuk mengetahui atau memahami sesuatu tanpa dipikirkan atau dipelajari ; bisikan hati” (Kamus Besar Bahasa Indonesia / KBBI);
- (2). “*Knowledge or mental perception that consists in immediate apprehension without the intervention of any reasoning process*” (The Oxford English Dictionary);
- (3). “*The immediate knowing of something without the conscious use of reasoning*” (Webster’s New World Dictionary);
- (4). “*Direct perception of truths, facts, etc. Independently of any reasoning process. A truth or fact thus perceived. The ability to perceive in this way*”. (Macquarie Encyclopedic Dictionary).

Tampaknya penjelasan kamus mengarah kepada suatu pemahaman bahwa intuisi bukan merupakan proses kognitif. Intuisi terjadi diluar atau dibawah sadar, tanpa

melalui proses berpikir dan penalaran memperkuat argumen tersebut. Intuisi hanyalah merupakan suatu luaran atau mungkin juga dampak dari suatu “proses berpikir yang unik”, tampaknya pandangan ini sejalan dengan pemahaman masyarakat pada umumnya terhadap intuisi.

### 3.2 Pemahaman Intuisi dari Sudut Pandang Peneliti

Definisi intuisi dari berbagai sudut pandang berbeda yang dirujuk oleh beberapa sumber pustaka disajikan pada Tabel 1 untuk memberikan gambaran mengenai beragamnya definisi intuisi.

**Tabel 1 Contoh Definisi Intuisi**

Sumber	Definisi
Sauvage (1910)	<i>... a psychological and philosophical term which designates the process of immediate apprehension or perception of an actual fact ....</i>
Jung (1921: 567-568)	<i>Intuition is a psychological function transmitting perception in an unconscious way.</i>
Wild (1938: 226)	<i>An immediate awareness by the subject, of some particular entity, without such aid from the senses or from reason as would account for that awareness.</i>
Bruner (1963/1977: 60)	<i>Intuition implies the act of grasping the meaning, significance, or structure of a problem or situation without explicit reliance on the analytic apparatus of one's craft.</i>
Wescott & Ranzoni (1963, dalam Dane & Pratt, 2007: 34)	<i>The process of reaching a conclusion on the basis of little information, normally reached on the basis of significantly more information.</i>
Rorty (1967, dalam Dane & Pratt, 2007: 34)	<i>Immediate apprehension</i>
Vaughan (1979: 46)	<i>... knowing without being able to explain how we know</i>
Fischbein (1987: 14)	<i>A cognition that appears subjectively self evident ,</i>

	<i>directly applicable, holistic, coercive, and extrapolative.</i>
Shirley & Langan-Fox (1996)	<i>A feeling of knowing with certitude on the basis of inadequate information and without conscious awareness of rational thinking</i>
Hersh (1997: 65)	<i>Intuition isn't direct perception of something external. It's the effect in the mind/brain of manipulating concrete object .... This experience leaves a trace, an effect, in your mind/brain.</i>
Burke & Miller (1999: 92)	<i>A cognitive conclusion based on a decision maker's previous experiences and emotional inputs</i>
Hogarth (2001: 14)	<i>Thoughts that are reached with little apparent effort, and typically without conscious awareness: they involve little or no conscious deliberation</i>
Kahneman (2002: 449)	<i>Thoughts and preferences that come to mind quickly and without much reflection.</i>

Menurut Sauvage (1910), intuisi adalah istilah psikologi dan filsafat untuk suatu proses pemahaman dan persepsi terhadap suatu fakta aktual. Kata Intuisiisme merupakan suatu sistem dalam filsafat yang menganggap intuisi sebagai suatu proses mendasar untuk memperoleh pengetahuan. Sauvage banyak membahas peran intuisi dalam etika dan moral. Intuisi sebagai unsur dalam metoda pendidikan diartikan sebagai cara memahami pengetahuan melalui sesuatu yang konkret, eksperimental, atau secara intelektual. Intuisi empiris adalah persepsi yang segera dari sensasi atau obyek materi oleh indera kita, sedangkan intuisi intelektual adalah pemahaman segera dari intelektual atau obyek nonmaterial oleh kecerdasan individu.

Menurut Jung (Jung, 1921), intuisi merupakan suatu fungsi psikologis yang mentransmisikan persepsi bawah sadar. Intuisi dipandang sebagai fungsi kognitif diluar nalar dan ia memberikan pertimbangan setiap kali rasional atau kognitif lainnya tidak bekerja. Menurut teori Jung mengenai intuisi, setiap individu memiliki intuisi tetapi dengan derajat yang berbeda-beda dan diwujudkan

dalam bentuk tipe kepribadian. Kemudian berdasarkan teori Jung tersebut dikembangkan metoda-metoda untuk mengukur derajat intuitif untuk berbagai tipe kepribadian individu, salah diantaranya adalah MBTI (*Myers-Briggs Type Indicator*). Pada MBTI, bagaimana individu memiliki preferensi dalam upaya memperoleh informasi dikontraskan antara tipe *intuition* dengan tipe *sensing*. Individu tipe *sensing* cenderung lebih memperhatikan informasi yang diperoleh melalui panca inderanya, sedangkan individu tipe *intuition* lebih memperhatikan pada pola dan kemungkinan dari suatu informasi. Menurut Martin (1997) individu tipe intuisi dapat dikenali dari pernyataan seperti berikut ini: (1). Saya dapat mengingat sesuatu dari makna yang tersirat padanya (*to read between the lines*); (2). Saya memecahkan masalah dengan melakukan lompatan diantara berbagai gagasan dan kemungkinan penyelesaian yang berbeda; (3) Saya tertarik untuk melakukan hal-hal yang baru dan berbeda; (4). Saya lebih tertarik mulai dari gambaran besar baru kemudian mencari fakta-fakta; (5). Saya percaya pada impresi, simbol, atau metafora dari pada mengalaminya sendiri; (6). Terkadang saya banyak berpikir mengenai kemungkinan-kemungkinan baru dan kurang memperhatikan bagaimana mewujudkannya. Deskripsi dari Martin tersebut memberikan gambaran seorang tipe intuisi, tipe ini tampaknya mendukung seseorang yang banyak bekerja dengan matematika.

Wild (1938) memandang intuisi sebagai suatu kesadaran (*awareness*) yang cepat tanpa bantuan indera ataupun penalaran untuk memperoleh pengetahuan. Wild juga mengemukakan pendapat mengenai keberadaan intuisi estetika, moral, dan religius. Intuisi dapat timbul dari sumber-sumber Ilahi dan dari bawah sadar kolektif, dan bukan hanya dari pengalaman kita yang didasarkan pada skema kognitif tertentu.

Bruner (1963/1977) memaknai intuisi sebagai suatu tindakan untuk mendapatkan suatu makna, signifikansi, struktur atau situasi dari masalah tanpa ketergantungan secara eksplisit pada peralatan analitik yang dimiliki seorang ahli. Bruner memberikan contoh situasi dalam matematika bagaimana intuisi dimaknai. Contoh pertama, adalah seseorang dikatakan berpikir secara intuitif, bila ia telah

banyak bekerja dalam suatu masalah dalam periode waktu lama. Ia dapat segera memberikan solusi masalah didasarkan atas sesuatu yang pernah ia buktikan secara formal sebelumnya. Contoh kedua, seseorang disebut matematikawan intuitif yang baik bila orang lain datang menyodorkan masalah padanya, dia akan dengan sangat segera memberikan tebakan yang baik untuk solusi masalah, atau dapat dengan segera memberika beberapa pendekatan alternatif untuk menyelesaikan masalah tersebut. Menurut Bruner meskipun ada orang yang memiliki talenta istimewa (intuisi), namun efektifitas akan tercapai bila ia memiliki pengalaman belajar dan pemahaman terhadap subyek tersebut.

Wescott & Ranzoni (1963, dalam Dane & Pratt, 2007: 34) mendefinisikan intuisi sebagai sebuah proses untuk mencapai kesimpulan terbaik berdasarkan informasi yang lebih sedikit dari jumlah normal yang diperlukan. Dalam situasi ini, individu tentu saja melakukan kegiatan ekstrapolasi atau generalisasi dengan bantuan intuisi untuk mencapai kesimpulan. Definisi intuisi dari Shirley & Langan-Fox (1996) serupa juga, tetapi mereka memasukan unsur “merasa tahu dengan pasti” .

Rorty (1967, dalam Dane & Pratt, 2007) memandang intuisi bukan sebagai proses tetapi sebagai hasil dari suatu proses yang unik. Dia mendefinisikan intuisi sebagai *immediate apprehension* yang mengarah pada pertimbangan subyektif seseorang dalam memahami suatu fakta atau memecahkan suatu masalah. Demikian pula dengan Hersh (1997: 65) yang berpendapat bahwa intuisi adalah hasil dari suatu proses yang meninggalkan jejak dalam otak/pikiran manusia.

Vaughan (1979) memaparkan bahwa seseorang sering kesulitan mengungkapkan apa yang terjadi dalam proses sampai menghasilkan intuisi. Hal yang sama ditegaskan pula oleh Eysenck (1995, Blacker, 2006: 18) dengan menyebutnya sebagai “tidak mungkin diverbalkan”. Keduanya ingin menyampaikan bahwa dengan intuisi seseorang bisa memiliki keyakinan yang tinggi terhadap suatu hal, tetapi ia tidak dapat menjelaskan mengapa seperti itu. Aspek inilah yang menyulitkan penelitian untuk mengakses berpikir intuitif

seseorang, sehingga muncul pertanyaan apakah kemampuan intuisi seseorang dapat diukur ? (Fischbein, et al., 1981).

Fischbein dapat disebut sebagai pelopor kajian intuisi dalam pembelajaran, terutama pembelajaran matematika dan sains. Fischbein (1987: 14) memaparkan ciri-ciri utama dari intuisi. Fischbein pula yang mengelompokkan intuisi berdasarkan proses terbentuknya ke dalam dua kelompok yaitu intuisi primer dan intuisi sekunder. Keberadaan intuisi sekunder yang dapat ditata-ulang atau direkonstruksi, menjadikan pembelajaran merupakan suatu upaya untuk mengembangkan kemampuan intuisi seseorang.

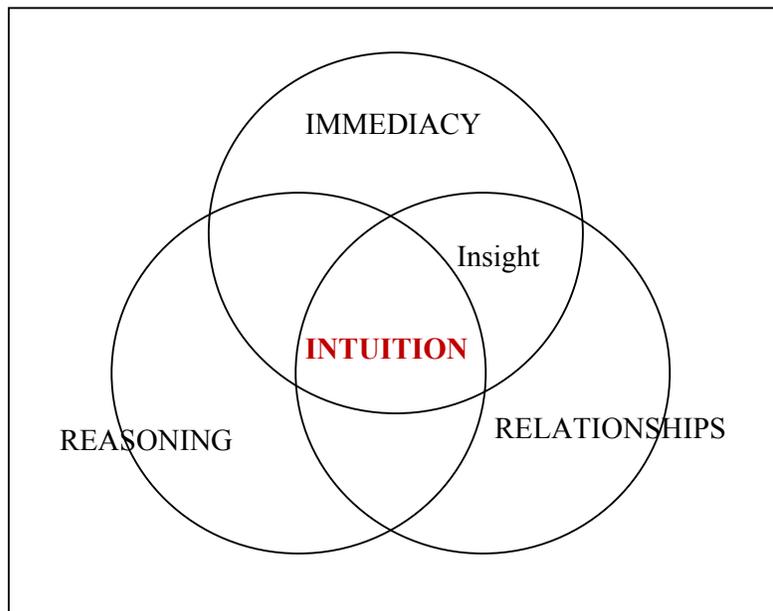
Burke & Miller (1999) melakukan penelitian dibidang pengambilan keputusan. Mereka berpendapat bahwa intuisi bukan sesuatu yang muncul serta merta, tetapi merupakan hasil dari pengalaman yang panjang dan adanya keterlibatan unsur emosi didalamnya.

Hogarth (2001: 14) mendefinisikan intuisi sebagai suatu pemikiran yang diperoleh dengan sedikit usaha, dan pada umumnya dibawah sadar. Kadang-kadang melibatkan pertimbangan sadar atau bahkan tidak sama sekali. Sehingga intuisi dihasilkan tanpa mencurahkan banyak usaha dan tidak perlu banyak mencurahkan pikiran karena sebagian besar terjadi dibawah sadar.

Menurut Kahneman (2002: 449), pikiran atau preferensi dalam intuisi datang dengan sangat cepat dan tanpa banyak melakukan refleksi. Kahneman bersama Tversky banyak melakukan penelitian mengenai intuisi, salah satu hasil yang mereka peroleh adalah bahwa intuisi merupakan suatu jenis penalaran tak formal dan tak terstruktur. Tahun 2002 Kahneman memperoleh hadiah Nobel Ekonomi sebagai penghargaan atas kontribusinya terhadap “*analysis of judgement heuristic*” yang berkaitan erat dengan proses intuitif.

Menurut Baylor ( 1997) intuisi merupakan hasil perpaduan tiga komponen yaitu: kesegeraan (*immediacy*), penalaran (*reasoning*), dan *the sensing of relationships* (dilihat Gambar 4). Melalui model Baylor tersebut tampak jelas perbedaan antara intuisi dengan *insight* (beberapa literatur memadankan dua

istilah ini), yaitu pada *insight* tidak terjadi proses penalaran atau dengan kata lain intuisi adalah *insight* yang dilengkapi dengan proses penalaran.



**Gambar 4** Model Intuisi Menurut Baylor (1997)

Menurut Audi (2004: 33-36), intuisi adalah pengetahuan tak-inferensial (*non inferential knowledge*) yang diperoleh tanpa melakukan inferensi terhadap fakta, premis, atau aksioma lain. Pengetahuan tersebut bercirikan *self-evidence*, artinya pengetahuan tersebut dapat dipahami atau diterima secara langsung oleh seseorang tanpa memerlukan proses pembuktian atau memerlukan bukti diluar dirinya. Ada empat sifat atau karakteristik dari intuisi menurut Audi, yaitu:

1. Intuisi harus memenuhi syarat non-inferensial atau langsung, karena proposisi dalam berintuisi tidak didasarkan pada suatu premis.
2. Intuisi harus memenuhi syarat ketegasan, karena intuisi merupakan suatu kognisi yang mengandung makna tegas seperti suatu keyakinan (*belief*) dalam diri individu, tidak bisa sekedar suatu kecenderungan atau suatu gejala.
3. Intuisi harus memenuhi syarat pemahaman minimal dari obyek proposisi, karena seseorang tidak dapat berintuisi mengenai hal yang tidak dia pahami.

4. Intuisi tidak harus bergantung pada suatu teori itu sendiri maupun hipotesis teoretik, tetapi tidak berarti bahwa intuisi adalah pre-konseptual, hanya ia tidak didasarkan pada beberapa hipotesis teoritis.

Berdasarkan uraian tersebut dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai pengertian intuisi, yaitu:

- (1). Terdapat dua jenis pendefinisian intuisi yang berbeda. Jenis pertama, intuisi dipahami sebagai sebuah proses (proses intuitif). Contohnya adalah yang dikemukakan oleh Jung (1921) dan Wescott & Ranzoni (1963, dalam Dane & Pratt, 2007: 34), yaitu cara untuk memahami dan memilah data / informasi. Sedangkan jenis kedua, intuisi dipahami sebagai hasil atau dampak (*outcome*) dari suatu proses kognitif seperti yang didefinisikan oleh Rorty (1967, dalam Dane & Pratt, 2007: 34), Fischbein (1987: 14), Hersh (1997: 65) dan Kahneman (2002: 449).
- (2). Tampak dapat disepakati bahwa intuisi didasarkan pada pengalaman atau hasil belajar, bukan berdasarkan inspirasi supernatural, indera keenam atau lainnya yang dipahami oleh sebagian masyarakat awam. Intuisi merupakan suatu bentuk kemampuan kognitif seseorang yang dihasilkan dari suatu proses yang unik.
- (3). Kemampuan intuitif dimiliki oleh setiap individu tetapi dengan derajat yang berbeda-beda. Intuisi seseorang memungkinkan untuk dikembangkan, atau ditata ulang (direkonstruksi) melalui suatu bentuk intervensi / pembelajaran yang sesuai.
- (4). Tampak ada beberapa kesamaan yang hampir terdapat pada setiap definisi intuisi dan dapat dijadikan ciri suatu proses intuitif. Setidaknya ada empat ciri utama dari proses intuitif yaitu: (a). proses dilakukan atau terjadi dibawah sadar (*nonconscious*) individu; (b). adanya keterlibatan rasa dan emosi individu didalamnya ; (c). proses terjadi dengan cepat tampak seperti “otomatis” ; dan (d). Bersifat holistik atau menyeluruh, dan tidak rinci atau parsial.

- (5). Hasil dan dampak (*outcome*) dari suatu proses intuitif (*intuiting*) adalah berupa pertimbangan / penilaian intuitif (*intuitive judgement*) yang dimiliki oleh seseorang untuk memberikan respons terhadap suatu masalah.

### 3.3 Intuisi dan Pemrosesan Informasi

Intuisi adalah suatu bentuk proses yang unik (Dane & Pratt, 2007: 34-35) dalam pengolahan informasi, setidaknya memiliki ciri utama berikut:

- (1). Pemrosesan informasi dilakukan atau terjadi bawah sadar (*nonconscious information processing*). Secara konseptual sistem pemrosesan informasi dibedakan kedalam dua sistem kognitif, yaitu: pemrosesan secara sadar dan pemrosesan bawah sadar. Sistem pemrosesan sadar memungkinkan individu untuk menganalisis masalah dengan sengaja, sekuensial, dan mencurahkan perhatiannya. Sedangkan dengan pemrosesan bawah sadar, memungkinkan individu untuk belajar dari pengalaman, mengembangkan rasa mengetahui ketika tidak hadirnya perhatian sadar (Hogarth, 2001).

Tabel 2 menyajikan perbandingan yang merupakan ciri-ciri utama dari kedua sistem pemrosesan informasi tersebut. Intuisi termasuk ke dalam kategori pemrosesan informasi bawah sadar (Dane & Pratt, 2007).

Tabel 2 Perbandingan karakteristik pemrosesan informasi

Pemrosesan Bawah Sadar	Pemrosesan Sadar
Pengalaman (Epstein, 1994)	Rasional (Epstein, 2003)
Otomatik	Disengaja ( <i>intentional</i> )
Assosiatif	Reflektif
Mengikuti kata hati/ impulsif	mengacu pada aturan

- (2). Asosiasi yang menyeluruh (*holistic association*)  
 Intuisi juga terlibat dalam menggambarkan suatu asosiasi secara holistik. Asosiasi tersebut mungkin saja muncul dari kognitif heuristik yang

sederhana (Tversky & Kahneman, 1974) atau dari yang lebih kompleks seperti terbentuknya pola “*chunk*” sebagai hasil dari latihan dan pengalaman tahunan. *Intuitive judgement* dapat muncul akibat rangsangan dari lingkungan terhadap proses kognitif yang holistik dan asosiatif.

(3). Rasa dan Emosi (*affect*) ;

Intuisi juga sering dipandang sebagai “perasaan yang telah diisi”. Rasa atau emosi selalu menyertai proses dan juga hasil dari proses tersebut. Sehingga muncul istilah *gut feeling* dan *gut instinct* yang mencerminkan keterlibatan perasaan dan emosi dalam intuisi.

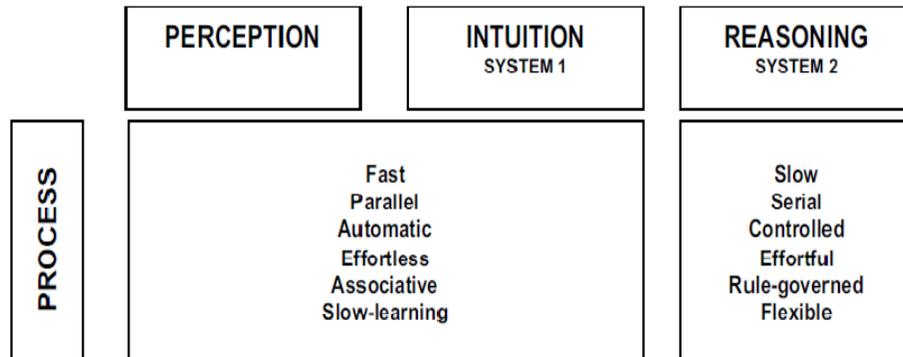
(4). Kecepatan (*speed*).

Kecepatan adalah salah satu ciri utama dari intuisi (Bastick, 1982; Kahneman, 2002), hal tersebut yang terkait dengan pemrosesan informasi otomatis dan relatif cepat. Menurut March & Simon (1993, dalam Dane & Pratt, 2007: 38), ciri khas dari intuisi adalah responnya yang cepat (hanya dalam hitungan detik) dan ketidak mampuan responden untuk melaporkan urutan langkah-langkah yang mengarah pada hasil. Yang mengesankan dari intuisi yang dapat diamati adalah, respon (terutama dari ahli) sering benar meskipun tampaknya ia hampir tidak memerlukan waktu untuk memrosesnya dan tidak nampak usaha untuk itu.

Klasifikasi mengenai pemrosesan informasi juga dilakukan oleh Stanovich dan West (2000, dalam Kahneman, 2002), yang mereka sebut *Dual-process* terdiri dari sistem 1 (S1) dan sistem (S2). Karakteristik model pemrosesan informasi tersebut disajikan pada Gambar 5.

Di dalam psikologi kognitif, menurut Model *Dual-process*, kognisi dan perilaku individu beroperasi secara paralel pada dua cara yang berbeda (sistem S1 dan S2). Perbedaan yang utama dari kedua sistem tersebut adalah pada dimensi aksesibilitas: seberapa cepat dan bagaimana hal-hal mudah muncul dalam pikiran individu. Pada kebanyakan situasi, S1 dan S2 bekerjasama untuk menghasilkan respons adaptif, tetapi pada beberapa kasus S1 cepat menghasilkan

tanggapan non-normatif, sementara S2 mungkin tidak turut campur memperbaiki respon S1 (Leron & Hazzan, 2009).



Gambar 5 Model *Dual-Process* ( Kahneman, 2002: 451)

Kahneman memberikan ilustrasi bagaimana pada suatu situasi S1 dan S2 tidak bersinergi. Pertanyaan berikut diajukan kepada kelompok mahasiswa dari dua universitas kategori terbaik di Amerika, yaitu Universitas Princeton dan Universitas Michigan oleh koleganya Shane Frederick:

*Harga sebuah pemukul dan sebuah bola baseball adalah satu dolar sepuluh sen. Harga pemukul satu dolar lebih mahal dari harga bola. Berapa harga bola baseball tersebut?*

Hasil yang mengejutkan adalah mahasiswa cenderung untuk menjawab spontan “10 sen”, padahal jawaban yang benar adalah “5 sen”. Penjelasan dari situasi tersebut menurut model model *Dual-process* adalah reaksi yang cepat dari S1 telah merebut perhatian subyek dari S2, dan secara otomatis mereka segera menjawab 10 sen. Bagi sebagian orang hasil S1 tersebut diterima secara tidak kritis, dalam artian mereka “berperilaku tidak rasional”. Pada sebagian orang lainnya hasil S1 tersebut dilanjutkan dengan S2 untuk memberikan penyesuaian yang diperlukan untuk memperoleh jawaban benar . Tampaknya pada situasi ini S1 bekerja dengan sangat cepat dalam mengambil keputusan berdasarkan ciri-ciri utama dan perasaan yang sesuai dengan situasi tertentu.

Ciri lain yang menonjol dari proses intuitif (S1) adalah lambat-belajar dibandingkan dengan proses penalaran (S2) yang lebih bersifat fleksibel. Sehingga untuk merekonstruksi proses S1 diperlukan intervensi yang tepat guna.

Menurut Dane & Pratt (2009: 3) luaran (*output*) dan dampak (*outcome*) dari suatu proses intuitif (*intuiting*) adalah kemampuan mempertimbangan atau menilai secara intuitif (*intuitive judgement*). Kemampuan ini adalah pada dasarnya adalah kemampuan alamiah yang dimiliki setiap manusia untuk bertahan hidup. Perbedaan luaran proses intuitif (S1) dengan luaran proses penalaran (S2) seringkali berpengaruh pada penerimaan terhadap intuisi sebagai sumber pengetahuan, dan kontroversi ini tetap berlangsung hingga kini dalam berbagai ranah ilmu.

Berdasarkan uraian tersebut dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai proses intuitif, yaitu:

- (1). Intuisi merupakan suatu proses kognitif yang unik dan kompleks, dan apabila dikontraskan dengan proses penalaran maka akan tampak beberapa karakteristik yang khas.
- (2). Menurut teori *dual-process* S1 dan S2 berlangsung secara paralel dalam diri seseorang, namun salah satu dapat menjadi dominan dibandingkan lainnya atau dapat pula keduanya saling melengkapi.
- (3). S1 seringkali tampak menonjol dibandingkan S2 karena aksesnya lebih cepat dan seringkali kali diterima secara tidak kritis karena adanya “rasa sudah benar”.
- (4). Intuisi adalah proses yang lambat-belajar sehingga diperlukan intervensi yang tepat sasaran untuk menata ulang proses intuitif seseorang.

### **3.4 Intuisi dalam Pemecahan Masalah**

Beberapa hasil penelitian (Dane & Pratt, 2009) melaporkan bahwa intuisi setidaknya berperan dalam tiga aspek berikut, yaitu: (a). sebagai sarana untuk pemecahan masalah; (b). sebagai masukan untuk membuat keputusan moral; dan (c). Sebagai instrumen untuk memfasilitasi kreatifitas.

Konseptualisasi dari intuisi yang paling umum adalah merujuk pada intuisi pemecahan masalah. Intuisi ini hadir dan digunakan ketika berhadapan dengan dilema pemecahan masalah atau pengambilan keputusan. Proses yang mendasari intuisi pemecahan masalah adalah mencocokkan pola yang dapat dipertajam melalui pelatihan dan latihan berulang (Hogarth, 2001). Dengan demikian intuisi pemecahan masalah sangat terhubung dengan domain pengetahuan atau kepakaran, sehingga intuisi pemecahan masalah sering dirujuk pada “intuisi seorang ahli”. Pernyataan tersebut tidaklah sepenuhnya benar, karena tidak semua intuisi pemecahan masalah terbentuk sebagai sebuah hasil dari suatu kepakaran. Beberapa intuisi pemecahan masalah justru dipupuk mulai dari heuristik yang relatif sederhana (Tversky & Kahneman, 1974), sehingga tidak peduli bagaimana kompleksnya struktur kognitif seseorang, intuisi pemecahan masalah terlibat pada situasi saat ini ditinjau dari kesamaan dan perbedaannya dengan pengalaman masa lalu. Jenis intuisi yang lain adalah intuisi moral yang digunakan untuk membuat keputusan benar atau salah dalam suatu situasi, serta intuisi kreatif untuk mendukung kreatifitas.

Tabel 3 Perbandingan berbagai jenis intuisi

Jenis intuisi	Uraian	Sifat asosiasi	Afektif
Pemecahan masalah	Tindakan otomatis untuk mengenali kesesuaian pola	Konvergen. Didasarkan pada ranah pengetahuan spesifik	Intensitas relatif rendah
Moral	Afektif. Reaksi otomatis terhadap situasi yang dipandang memuat kebenaran moral atau etika	Konvergen, Didasarkan pada prototip moral	Intensitas relatif tinggi
Kreatif	Perasaan yang muncul ketika pengetahuan dikombinasikan dengan sesuatu yang baru	Divergen, didasarkan pada integrasi pengetahuan lintas ranah yang berbeda	Intensitas relatif tinggi

Posisi intuisi pemecahan masalah dibandingkan dengan intuisi lainnya, dalam hal ini intuisi moral dan intuisi kreatif dapat dilihat pada Tabel 3 yang diadaptasi dari (Dane & Pratt, 2009).

Tampak jelas karakteristik khas intuisi pemecahan masalah adalah didasarkan pada ranah pengetahuan yang spesifik . Sehingga muncul istilah intuisi pemecahan masalah matematik, intuisi pemecahan masalah probabilistik dan lain-lain yang menggambarkan ranah keilmuan dimana intuisi tersebut bekerja. Dibandingkan dengan jenis intuisi lain, intuisi pemecahan masalah intensitas keterlibatan aspek afektif relatif rendah.

Fischbein (1987: 6-7) mengklasifikasikan intuisi pemecahan masalah ke dalam dua kategori yaitu intuisi antisipatori dan intuisi konklusif. Intuisi antisipatori adalah suatu langkah awal intuitif untuk mengembangkan solusi dari sebuah masalah dengan memandang secara global persoalan mendahului pemecahan secara analitik. Sedangkan intuisi konklusif adalah membuat kesimpulan global secara intuitif terhadap hasil elaborasi dari gagasan-gagasan pemecahan masalah.

### **3.5 Intuisi dan Gaya Belajar**

Gaya belajar (*learning style*) mengacu pada cara seseorang secara alamiah menggunakan bakat, kepribadian dan preferensi pribadi untuk memperoleh informasi. Gregorc (1979: 234) menyatakan bahwa gaya belajar terdiri dari perilaku yang khas dari seseorang yang berfungsi sebagai indikator bagaimana ia belajar dan beradaptasi dengan lingkungannya. Gaya belajar juga memberikan petunjuk mengenai bagaimana pikiran seseorang bekerja.

Katharine Cook Briggs dan putrinya Isabel Briggs Myers mengembangkan Indikator Myers-Briggs yang mengelompokan gaya belajar ke dalam empat kategori dan untuk masing-masing kategori terdiri dari dua sub-kategori. Salah satu kategorinya terkait dengan cara bagaimana siswa menggunakan indera mereka, yang dibedakan kedalam jenis pengindera (*sensing*) dan jenis intuisi

(*intuition*). Dalam belajar, siswa jenis pengindera menggantungkan pada lima indera yang mereka miliki. Mereka adalah faktual dan berorientasi pada hal yang terinci (*detail oriented*). Mereka perlu mengetahui apa yang mereka lakukan dan mengapa mereka perlu melakukannya. Selain itu, mereka menginginkan informasi yang telah terorganisasi dengan baik sehingga pada umumnya mereka lebih menyukai cara ceramah ketika ingin menyampaikan atau memperoleh informasi. Keadaan sebaliknya terjadi pada siswa jenis intuitif, mereka lebih mengandalkan intuisi dan firasat (*hunches*) dalam belajar. Mereka mencari hubungan dan pola sebagai sarana untuk memahami fakta-fakta. Metoda penemuan (*discovery*) lebih menarik dibandingkan metoda ceramah bagi siswa jenis intuitif, karena mereka pada umumnya ingin melihat bagaimana suatu teori berkembang dan bekerja.

Bentuk pengajaran yang bagaimana yang sesuai dengan siswa jenis intuitif? Siswa jenis intuitif dalam memahami suatu subyek harus memiliki gambaran besar atau kerangka integrasi. Gambaran besar tersebut menunjukkan bagaimana topik-topik yang dipelajari saling terkait. Menurut Brightman (2002) siswa jenis intuitif biasanya lebih menyukai pembelajaran penemuan (*discovery learning*) dengan pendekatan *Theory-Application-Theory* (TAT) atau *Application-Theory-Application* (ATA). Brightman memberi ilustrasi mengajarkan teorema limit sentral pada kelompok siswa jenis intuitif menggunakan pendekatan ATA. Guru mengambil 50 bilangan dari tabel acak kemudian data tersebut disajikan dalam bentuk histogram frekuensi, biasanya histogram yang dihasilkan tidak menyerupai bentuk lonceng (*bell-shaped*). Kemudian guru mengambil 30 sampel masing-masing berukuran delapan secara acak dengan pengembalian dari 50 bilangan tersebut. Lalu dihitung rata-rata untuk masing-masing sampel dan hasilnya disajikan dalam bentuk histogram. Kini histogram lebih menyerupai bentuk lonceng. Guru mengakhiri demonstrasi tersebut dan menanyakan kepada siswa mengapa histogram dari rata-rata lebih menyerupai lonceng. Melalui metoda penemuan diharapkan siswa akan menemukan alasan-alasan yang mendasari teorema limit sentral.

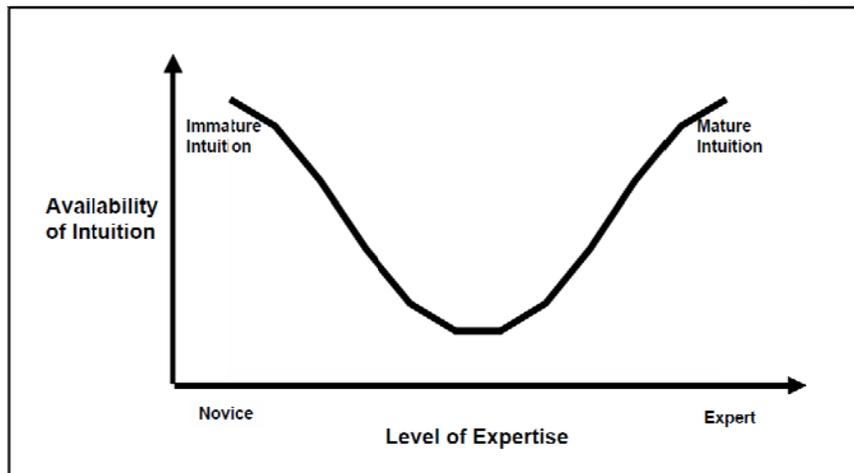
Brightman (2002) menyarankan untuk menggabungkan siswa yang memiliki gaya belajar yang berbeda dalam suatu kelompok belajar agar mereka dapat saling melengkapi. Siswa yang memiliki gaya belajar intuitif dapat membantu siswa yang memiliki gaya belajar pengindra (*sensing*) untuk memahami teori. Sebaliknya siswa yang mempunyai gaya belajar pengindra membantu siswa intuitif untuk mengidentifikasi dan menyusun fakta-fakta.

### **3.6 Perkembangan Kematangan Intuisi**

Menurut Baylor (2001) perkembangan intuisi seseorang dipengaruhi oleh tingkat kepakaran seseorang dibidang tertentu. Menurutnya secara kualitatif ada dua jenis intuisi, yaitu intuisi yang belum matang (*immature intuition*) dan intuisi yang sudah matang (*mature intuition*) keduanya dibedakan oleh tingkat kepakaran pada suatu bidang tertentu. Intuisi yang belum matang sering dijumpai ketika seseorang masih berada pada taraf pemula di bidang tertentu, dimana pengetahuan analitiknya belum banyak mencampuri kemampuannya dalam menemukan wawasan-wawasan baru . Sedangkan intuisi yang sudah matang kebanyakan muncul ketika seseorang sudah menjadi pakar dibidang tertentu dengan modal struktur pengetahuan relevan yang sudah terbentuk dengan baik. Baylor menggambarkan model perkembangan intuisi seseorang berbentuk kurva U yang tidak linear (lihat Gambar 6). Melalui model tersebut menjadi lebih mudah dipahami bahwa intuisi banyak hadir dalam proses pemahaman atau pemecahan masalah ketika seseorang masih berada di taraf pemula, dengan bertambahnya kepakaran peran kemampuan berpikir analitik menjadi semakin dominan dan menekan kemampuan intuisi seseorang, dan intuisi kembali akan lebih sering hadir ketika seseorang sudah mencapai taraf pakar. Kali ini intuisi yang hadir berbeda dengan intuisi ketika menjadi seorang pemula. Intuisi yang sudah matang dilandaskan pada struktur pengetahuan relevan yang sudah terbentuk dengan baik.

Perkembangan pada setengah kurva pertama, intuisi menginisiasi terbentuknya struktur pengetahuan analitik seseorang. Bila seseorang ingin mengembangkan keterampilan berpikir ilmiah, ia harus berpindah menjadi lebih

banyak porsi analitik (kuantitatif) dan mengurangi porsi kualitatifnya. Setengah kurva berikutnya berpindah dari berpikir seorang pakar yang kuantitatif menjadi intuisi matang yang kualitatif



Gambar 6 Model Kurva-U Perkembangan Kematangan Intuisi (Baylor, 2001)

### 3.7 Bias Kognisi, Intuisi, dan Probabilitas

Bias kognisi adalah pola penyimpangan dalam penilaian atau pertimbangan (*judgment*) yang dipicu oleh situasi tertentu. Salah satu contoh situasi yang banyak memicu bias kognisi adalah situasi probabilistik. Menurut (Fischbein & Schnarch, 1997) banyak siswa bahkan pada jenjang pendidikan tersier sekalipun mengalami kesulitan memahami dan menyelesaikan masalah terkait situasi probabilistik. Pada situasi probabilistik tidak hanya diperlukan informasi dan prosedur teknis saja tetapi juga cara berpikir yang benar-benar berbeda dengan situasi deterministik.

Kahneman dan Tversky dalam beberapa karyanya (seperti Kahneman & Tversky, 1972; Tversky & Kahneman, 1973; Tversky & Kahneman, 1983) mengemukakan hasil kajian mereka mengenai beberapa bias kognisi yang mungkin terjadi ketika membuat pertimbangan atau penilaian (*judgment*) dalam situasi probabilistik. Kehadiran intuisi yang tidak sejalan dengan teori probabilitas ketika membuat pertimbangan atau penilaian diduga menjadi salah satu

penyebabnya. Kajian awal yang telah dilakukan peneliti (Sukmana, 2009, 2010b; Sukmana & Wahyudin, 2011a) terhadap kelompok mahasiswa di Bandung dan di Sydney menunjukkan ada indikasi keterlibatan intuisi mahasiswa dalam proses belajar matematika dan sifatnya justru merintangi keberhasilan mahasiswa untuk memahami dan menyelesaikan masalah probabilitas. Namun penelitian awal yang juga dilakukan peneliti menunjukkan ada indikasi bahwa intuisi dapat direkonstruksi melalui intervensi pembelajar (Sukmana, 2010a; Sukmana & Wahyudin, 2011b) sehingga dapat mengurangi bias kognisi yang terjadi. Kajian terhadap hasil penelitian Kahneman dan Tversky, ditemukan beberapa jenis bias kognisi yang dapat dijadikan rujukan ketika mempelajari peranan intuisi dalam proses pembelajaran probabilitas. Bias kognisi tersebut dapat dikelompokkan dalam beberapa kategori.

Kategori pertama merupakan sebuah fenomena psikologis yang disebut keterwakilan (*representativeness*), dimana seseorang menimbang peluang atau frekuensi dari sesuatu yang dihipotesiskan berdasarkan seberapa besar kemiripan yang hipotesis dengan data yang tersedia atau seberapa mirip suatu peristiwa dengan populasi yang diwakilinya. Fenomena ini seringkali mengakibatkan bias dalam membuat pertimbangan probabilitas karena mengabaikan peluang sebelumnya. Afantiti-Lamprianou & Williams (2003) menguraikan keterwakilan tersebut antara lain disebabkan oleh: (a). adanya kecenderungan hanya memperhatikan sebagian informasi tertentu dan mengabaikan informasi statistik secara umum, disebut *base-rate fallacy*. Kutipan "*when no specific evidence is given, prior probabilities are properly utilised; when worthless evidence is given, prior probabilities are ignored* " (Kahneman, Slovic, & Tversky, 1982) memberikan gambaran bagaimana kecenderungan tersebut terjadi; (b). Adanya kecenderungan mengharapkan sampel yang diperoleh memiliki proporsi yang sama dengan populasi dan muncul dengan urutan yang tampak acak, disebut *random-similarity effect* . Sebagai contoh urutan kelahiran bayi LPPLPL (L = laki-laki dan P = perempuan) dianggap lebih besar peluangnya untuk terjadi dibandingkan dengan LLLLLL; (c). Kecenderungan dalam merespon serangkaian

hasil yang sama dari suatu percobaan, misalkan pada percobaan pelemparan koin telah diperoleh lima buah sisi M (muka) berurutan: MMMMM ditanyakan kemungkinan besar hasil yang diperoleh pada lemparan ke-enam. Bila merespon M disebut *positive recency* yaitu memperhatikan pola historis yang telah terjadi sedangkan bila merespon sisi B (belakang) disebut *negative recency* yaitu untuk menyeimbangkan perbandingan hasil yang diperoleh; (d). Adanya kecenderungan tidak memperhatikan ukuran sampel dalam mengakses peluang suatu peristiwa.

Kategori kedua dikenal dengan sebutan kesalahan memahami konsep konjungsi (*conjunction fallacy*) merupakan suatu jenis kesalahan yang terjadi akibat mengasumsikan bahwa peristiwa khusus lebih besar peluangnya untuk terjadi dibandingkan dengan sebuah peristiwa umum. Padahal menurut konsep probabilitas, peluang dua peristiwa untuk terjadi bersama-sama lebih kecil atau sama dengan peluang hanya salah satu saja peristiwa terjadi. Dua peristiwa yang tidak sama A dan B diekspresikan secara formal:  $P(A \cap B) \leq P(A)$  dan  $P(A \cap B) \leq P(B)$ . Tversky & Kahneman (1983) dua orang psikolog mengkaji fenomena tersebut secara intensif.

Kategori ketiga dikenal heuristik ketersediaan (*availability heuristic*) merupakan suatu jenis kesalahan dalam memperkirakan peluang suatu peristiwa atau proporsi dalam sebuah populasi, karena mereka mendasarkan hanya pada contoh yang paling mudah mereka ingat. Sebagai contoh, bila ditanyakan mana yang paling banyak kemungkinannya, menyusun formasi dua dari sepuluh orang atau delapan dari sepuluh orang. Heuristik ketersediaan cenderung akan mengarahkan pada pilihan pertama, karena itulah yang paling mudah diingat.

Kategori keempat bias yang diakibatkan kesulitan untuk membedakan peristiwa sederhana dengan peristiwa majemuk dalam konsep probabilitas. Sedangkan kategori kelima disebut *Falk fallacy*, merujuk pada kesalahan akibat heuristik tidak sejalan dengan konsep peluang bersyarat.

## BAB 4 INTUISI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Telah dipaparkan cukup banyak matematikawan mengakui pentingnya peranan intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka. Persoalannya adalah seperti yang dipertanyakan oleh Burton: “ *Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education?*“, menurutnya intuisi telah hilang dan diabaikan dalam pembelajaran matematika. Jauh sebelum Burton mempertanyakan hal tersebut, Albert Einstein juga pernah menyampaikan keprihatinan serupa melalui pernyataannya yang terkenal dan menginspirasi penelitian mengenai intuisi : “ *The intuitive mind is a sacred gift and the rational mind is a faithful servant. We have created a society that honors the servant and has forgotten the gift* “ (dalam Waks, 2006: 386). Ia mengingatkan bahwa berpikir intuitif merupakan suatu karunia mulia (*a sacred gift*) yang dianugerahkan Tuhan kepada setiap individu, namun berpikir intuitif cenderung diabaikan dalam masyarakat yang lebih menghargai berpikir rasional.

Kurangnya perhatian terhadap intuisi dalam pembelajaran matematika didukung oleh Waks (2006: 386) dan untuk memperkuat argumennya tersebut ia menunjukkan bahwa unsur atau entri mengenai intuisi tidak dijumpai pada beberapa ensiklopedia pendidikan, seperti: *Encyclopedia of Education* (New York: Macmillan Reference Library, 2002) dan *Encyclopedia of Educational Research*, 6th ed. (New York: Macmillan Reference Library, 1992). Dari berbagai sumber yang tersedia nampak masih luasnya bagian dari intuisi matematik yang belum diteliti dan dikaji.

Setidaknya ada dua sumber utama yang mendorong minat mendalami intuisi dalam pembelajaran matematika, yaitu:

1. Kecenderungan matematikawan untuk terus meningkatkan keketatan dan “kemurnian” konseptual pada masing-masing domain. Kecenderungan dasarnya adalah untuk memurnikan pengetahuan kita dari unsur-unsur: subyektifitas, interpretasi langsung dan keyakinan (*belief*) serta

menjadikannya sesuai dengan data objektif yang diperoleh secara ketat. Hal ini menyebabkan meningkatnya kontradiksi antara apa yang tampaknya menjadi jelas dengan apa yang didapatkan sebagai hasil yang diperoleh dari analisis 'ilmiah' terhadap data (Fischbein, 1999: 12). Sebelum abad 19 Geometri (*Euclidean*) didasarkan pada aksioma-aksioma yang *self-evidence* tetapi kemudian muncul gagasan-gagasan dari Lobachevsky, Bolyai, Riemann yang menunjukkan bahwa geometri lain (Geometri *non-Euclidian*) juga logis. Geometri *non-Euclidian* tersebut menimbulkan konflik dengan intuisi kita mengenai gambaran alamiah tentang dunia dan sifat-sifat ruangnya.

2. Kecenderungan adanya hambatan kognitif dalam mempelajari matematika karena pengetahuan intuitif siswa seringkali berbeda dengan penafsiran ilmiah. Contohnya, gagasan sebuah persegi adalah jajaran genjang secara intuitif dirasakan aneh oleh banyak siswa. Gagasan mengalikan dua bilangan dapat memperoleh hasil yang lebih kecil dari salah satu atau kedua bilangan yang dikalikan juga sulit diterima oleh siswa yang mengalami hambatan kognitif.

Berikut adalah gambaran beberapa situasi yang mendeskripsikan keadaan intuisi dalam pembelajaran matematika:

- a. Pernyataan matematika dapat diterima tanpa memerlukan pembuktian lebih lanjut, hanya berdasarkan pada intuisi siswa saja. Misalnya pernyataan "hanya ada tepat satu garis lurus yang menghubungkan dua titik" pada geometri Euclides (Fischbein, 1987, 1999).
- b. Pernyataan matematika yang secara intuitif dapat diterima kebenarannya, namun demikian diperlukan pembuktian lebih lanjut. Misalnya pernyataan "Sudut-sudut berhadapan dari dua buah garis yang berpotongan adalah sama besar" dalam geometri Euclides dapat diterima kebenarannya dan kita perlu membuktikan kebenarannya (Fischbein, 1987, 1999).
- c. Pernyataan matematika yang tidak serta merta dapat diterima dan memerlukan pembuktian lebih lanjut agar dapat diterima. Misalnya teorema Phytagoras dalam geometri Euclides (Fischbein, 1987).

- d. Pernyataan matematika bertentangan dengan respon intuitif siswa. Situasi ini banyak dijumpai dalam masalah probabilitas (Fischbein & Schnarch, 1997; Jun, 2000; Kahneman, 2002; Sukmana & Wahyudin, 2011a).
- e. Representasi yang berbeda untuk suatu permasalahan matematika yang sama memunculkan pertentangan intuisi. Misalnya himpunan bilangan asli (1, 2, 3, 4, 5, 6, ...) secara intuitif tidak ekuivalen dengan himpunan bilangan genap, tetapi akan tampak ekuivalen bila direpresentasikan sebagai berikut:

(1, 2, 3, 4, 5, 6, ....)

(2, 4, 6, 8, 10, 12, ....)

karena setiap bilangan asli berpadanan dengan tepat satu bilangan genap (Fischbein, 1987, 1999).

Situasi-situasi tersebut memberikan implikasi terhadap pembelajaran matematika, antara lain:

- a. Situasi yang paling menguntungkan dalam pembelajaran matematika adalah dimana intuisi siswa dengan konsep matematika secara formal sejalan. Seringkali siswa dalam situasi trivial menafsirkan fakta-fakta matematika dengan mengacu pada realitas konkret dan menganggap bukti formal sebagai tuntutan yang berlebihan. Implikasinya siswa diarahkan untuk memahami matematika yang berpola pikir deduktif formal. Penerimaan pernyataan matematika secara intuitif tidak mengecualikan keharusan untuk memenuhi struktur deduktif matematika yang formal, ketat sesuai dengan aksiomatik.
- b. Situasi yang sering kali terjadi dalam pengajaran matematika adalah penerimaan siswa secara intuitif bertentangan dengan konsep matematika secara formal dan mengakibatkan terjadinya konflik kognitif bahkan bias kognitif yang dapat merintangsi siswa untuk mempelajari matematika. Dalam kasus ini pembelajaran harus dapat merekonstruksi intuisi matematik dan pengetahuan awal siswa, hal ini dimungkinkan karena intuisi sekunder menurut (Fischbein, 1987) dapat direkonstruksi melalui pembelajaran yang sesuai. Membantu siswa mengatasi kesulitan ini dengan membuatnya menyadari terjadinya konflik dan membantu untuk memahami fakta-fakta dalam matematika yang mengarah pada pemahaman konsep yang benar.

Beberapa penelitian berupaya merekonstruksi intuisi sekunder siswa seperti: pembelajaran dengan pendekatan kontekstual (Pfannkuch & Brown, 1996; Linchevski & Williams, 1999; Sukmana & Wahyudin, 2011b), melalui pendekatan diskoveri dan ekspositori (Schwartz & Bransford, 1998; delMas & Garfield, 1999; Swaak & De Jong, 2001; Swaak, De Jong, & Van Joolingen, 2004; Kapur, 2010a, 2010b).

- c. Situasi dimana intuisi tidak diperlukan atau tidak berkaitan dengan situasi formal, kebenaran hanya memerlukan bukti formal.

Upaya untuk mengembangkan kemampuan berpikir intuitif siswa melalui proses pembelajaran tampak telah dilakukan seiring dengan kajian mengenai intuisi dalam pembelajaran matematika. Demikian pula secara filosofis Emmanuel Kant dan Charles Parsons memberikan dukungan teori terhadap peranan intuisi dalam bermatematika maupun dalam pembelajaran matematika (Parsons, 1993; Sher & Tieszen, 2000; Marsigit, 2006; Chen, 2008; Folina, 2008; Godlove, 2009) ditengah perbedaan yang takberkesudahan dikalangan para filsuf mengenai peranan intuisi dalam membangun pengetahuan termasuk matematika (Fischbein, 1999: 11).

Secara umum dalam pengajaran matematika, sangatlah penting guru/dosen memahami interaksi antara intuitif, formal dan aspek-aspek prosedural dalam proses memahami, bernalar dan pemecahan masalah siswa. Jika kekuatan intuitif yang dimiliki siswa diabaikan bagaimanapun terus mempengaruhi kemampuan siswa bermatematika. Bila berpikir intuitif tidak dikendalikan juga dapat mengganggu proses berpikir matematis. Jika aspek formal diabaikan dan siswa/mahasiswa cenderung akan mengandalkan hanya pada argumen intuitif, dan apa yang akan diajarkan bukanlah matematika.

## BAB IV PENUTUP

Berdasarkan kajian literatur seperti yang telah dipaparkan pada bab –bab sebelumnya, dapat ditarik kesimpulan:

1. Intuisi diakui oleh banyak matematikawan banyak terlibat dalam kegiatan bermatematika, pada umumnya cenderung membantu ketika mereka menemukan gagasan-gagasan original atau ketika ingin membuat lompatan karena belum menemukan jalur logis yang menghubungkan fakta atau teori.
2. Pada beberapa kasus seperti teori peluang kehadiran intuisi seringkali merintangsi siswa untuk belajar, tetapi pada umumnya intuisi sejalan dengan konsep-konsep atau teori matematika.
3. Pemahaman mengenai intuisi sangat beragam bergantung pada domain pembahasan. Pada domain matematika atau intuisi matematika dapat disimpulkan bahwa intuisi merupakan sebuah “proses berpikir” yang unik sehingga dapat diajarkan atau dipelajari melalui pembelajaran yang sesuai.
4. Penelitian untuk menemukan pembelajaran yang efektif untuk mengembangkan intuisi matematika masih terbuka lebar, tetapi ada kendala belum ada hasil penelitian mengenai indikator atau karakteristik intuisi sehingga masih sulit untuk mengukur kemampuan berpikir intuitif secara kuantitatif.

## DAFTAR PUSTAKA

- Afantiti-Lamprianou, T., & Williams, J. (2003). A scale for assessing probabilistic thinking and the representativeness tendency. *Research in Mathematics Education*, 5(1), 173 - 196.
- Audi, R. (2004). *The good in the right : a theory of intuition and intrinsic value*. Princeton: Princeton University Press.
- Bastick, T. (1982). *Intuition, How We Think and Act*. New York: Wiley.
- Baylor, A. L. (2001). A U-Shaped Model for the Development of Intuition by Expertise. *New Ideas in Psychology*, 19(3), 237-244.
- Baylor, A. L. (1997). A Three-Component Conception of Intuition: Immediacy, Sensing Relationships, and Reason. *New Ideas in Psychology*, 15(2), 185-194.
- Ben-Zeev, T., & Star, J. (2001). Intuitive mathematics: Theoretical and educational implications. Dalam B. Torff & R. J. Sternberg (Eds.), *Understanding and teaching the intuitive mind : student and teacher learning* (pp. 29-56). Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.
- Blacker, A. (2006). *Intuitive Interaction with Complex Arthefacts: Emperically-based research*. Berlin: VDM Verlag Dr. Muller.
- Brightman, H. (2002). GSU master teacher program: On learning styles. [Online]. Tersedia di, <http://www.gsu.edu/~dschjb/wwwmbti.html> [March 3, 2011]
- Bruner, J. S. (1963/1977). *The Process of Education* (S. National Academy of, Terjemahan. Vintage ed. ed.). New York: Vintage Books.
- Burke, L. A., & Miller, M. K. (1999). Taking the mystery out of intuitive decision making. *The Academy of Management Executive*, 13(4), 91-99.
- Burton, L. (1999). Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, 19(3), 27-32.
- Chen, H. (2008). *The role of intuition in Kant's conceptualization of causality and purposiveness*. Disertasi, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong: tidak diterbitkan.
- Dane, E., & Pratt, M. G. (2007). Exploring Intuition and Its Role in Managerial Decision Making. [Article]. *Academy of Management Review*, 32(1), 33-54.

- Dane, E., & Pratt, M. G. (2009). Conceptualizing and Measuring Intuition: A Review of Recent Trends. Dalam G. P. Hodgkinson & J. K. Ford (Eds.), *International Review of Industrial and Organizational Psychology* (Vol. 24, pp. 1-40).
- delMas, R. C., & Garfield, J. (1999). A Model of Classroom Research in Action: Developing Simulation Activities to Improve Students' Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 7(3).
- Epstein, S. (1994). Integration of the cognitive and the psychodynamic unconscious. *American Psychologist*, 49, 709-724.
- Epstein, S. (2003). Cognitive-experiential self-theory of personality. Dalam T. Millon & M. J. Lerner (Eds.), *Comprehensive Handbook of Psychology: Personality and Social Psychology* (Vol. 5, pp. 159-184). New York: Wiley & Sons.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children* Dordrecht: D. Reidel.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics : an educational approach* Dordrecht D. Reidel.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1), 11-50.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Fischbein, E., Tirosh, D., & Melamed, U. (1981). Is It Possible to Measure the Intuitive Acceptance of a Mathematical Statement? *Educational Studies in Mathematics*, 12(4), 491-512.
- Folina, J. (2008). Intuition Between the Analytic-Continental Divide: Hermann Weyl's Philosophy of the Continuum. *Philosophia Mathematica*, 16(1), 25-55.
- Godlove, T. F. (2009). Poincare, Kant, and The Scope of Mathematical Intuition. *The Review of Metaphysics*, 62(4), 779-801.
- Gregorc, A. F. (1979). Learning/teaching style: Potent forces behind them. *Educational Leadership*, 234-236.
- Hayashi, A. M. (2001). When to Trust Your Gut. *Harvard Business Review*, 5-11.
- Hersh, R. (1997). *What Is Mathematics, Really?* New York: Oxford University Press.

- Hogarth, R. M. (2001). *Educating intuition*. Chicago: University of Chicago Press.
- Jun, L. (2000). *Chinese Students' Understanding of Probability*. Disertasi, Nanyang Technological University, Singapore: tidak diterbitkan.
- Jung, C. G. (1921). *Psychological Types*. New York: Harcourt, Brace & Co.
- Kahneman, D. (2002). Maps of Bounded Rationality: A Perspective on Intuitive Judgement and Choices. [Online]. Tersedia di, [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/economics/laureates/2002/kahnemann-lecture.pdf](http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2002/kahnemann-lecture.pdf) [21 Oktober, 2010]
- Kahneman, D., Slovic, P., & Tversky, A. (Eds.). (1982). *Judgment under uncertainty: heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3(3), 430-454.
- Kapur, M. (2010a). Productive Failure in Learning the Concept of Variance. Working paper. National Institute of Education, Singapore. tidak diterbitkan.
- Kapur, M. (2010b). Productive failure in mathematical problem solving. *Instructional Science*, 38(6), 523-550.
- Klein, F. (1928/1979). *Development of Mathematics in the 19th Century* (R. Hermann, Terjemahan.). Brookline: Math Sci Press.
- Leron, U., & Hazzan, O. (2009). Intuitive vs analytical thinking: four perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 263-278.
- Liljedahl, P. G. (2004). *The Aha! Experience: Mathematical Contexts, Pedagogical Implications* Disertasi, Simon Fraser University, Burnaby, BC Canada: tidak diterbitkan.
- Linchevski, L., & Williams, J. (1999). Using Intuition From Everyday Life in 'Filling' the gap in Children's Extension of Their Number Concept to Include the Negative Numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 131-147.
- Marsigit. (2006). *Peranan Intuisi dalam Matematika Menurut Emmanuel Kant*. Makalah disajikan pada Konferensi Nasional Matematika XIII. Semarang,
- Martin, C. R. (1997). *Looking at Type: The Fundamentals*: Center for Applications of Psychological Types (CAPT).

- McLarty, C. (1997). Poincaré: Mathematics & Logic & Intuition. *Philosophia Mathematica*, 5(2), 97-115.
- Metcalfe, J. (1987). Intuition in insight and noninsight problem solving. *Memory & Cognition*, 15(3), 238-246.
- Nolt, J. E. (1983). Mathematical Intuition. *Philosophy and Phenomenological Research*, 44(2), 189-211.
- Parsons, C. (1993). On Some Difficulties Concerning Intuition and Intuitive Knowledge. *Mind*, 102(406), 233-246.
- Pfannkuch, M., & Brown, C. M. (1996). Building on and Challenging Students' Intuitions About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning? . *Journal of Statistics Education*, 4(1),
- Poincaré, H. (1914/ 2009). *Science and Method* (F. Maitland, Terjemahan.). New York: Cosimo Classic.
- Raidl, M.-H., & Lubart, T. I. (2000). An Emperical Study of Intuition and Creativity. *Imagination, Cognition and Personality*, 20(3), 217-230.
- Sauvage, G. (1910). Intuition. *The Catholic Encyclopedia* [Online]. Tersedia di, <http://www.newadvent.org/cathen/08082b.htm> [10 Desember, 2009]
- Schwartz, D. L., & Bransford, J. D. (1998). A Time for Telling. *Cognition and Instruction*, 16(4), 475-522.
- Sher, G., & Tieszen, R. L. (2000). *Between logic and intuition : essays in honor of Charles Parsons* (C. Parsons, G. Sher & R. L. Tieszen, Terjemahan.). Cambridge, U.K. ; New York :: Cambridge University Press.
- Shirley, D. A., & Langan-Fox, J. (1996). Intuition : A Review of the Literature. *Psychological Reports*, 79(2), 563-584.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (2000). *How students (mis-)understand science and mathematics: Intuitive rules*. New York: Teachers College Press.
- Sukmana, A. (2009). Intuisi Dalam Pembelajaran Teori Probabilitas, *Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 4). Bandung: Universitas Katolik Parahyangan
- Sukmana, A. (2010a). Pengembangan Bahan Ajar untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Intuitif, Pemahaman, dan Pemecahan Masalah Matematik Mahasiswa Melalui Pembelajaran Kontekstual *REACT* . Laporan Hibah Disertasi Doktor. Universitas Pendidikan Indonesia. tidak diterbitkan.

- Sukmana, A. (2010b). *A Study of the Role Intuition in Learning Mathematics*. Makalah disajikan pada Indonesian Doctoral Candidate Research Seminar. Sydney, 8 & 15 November 2010.
- Sukmana, A., & Wahyudin. (2011a). A Study of the Role of Intuition in Students' Understanding of Probability Concepts. *Proceeding of the International Conference on Numerical Analysis and Optimization (ICeMATH2011)*: UAD
- Sukmana, A., & Wahyudin. (2011b). A Teaching Material Development for Developing Students' Intuitive Thinking Through REACT Contextual Teaching Approach. *Mat Stat*, 11(2), 75-81.
- Swaak, J., & De Jong, T. (2001). Discovery simulations and the assessment of intuitive knowledge. *Journal of Computer Assisted Learning*, 17(3), 284-294.
- Swaak, J., De Jong, T., & Van Joolingen, W. R. (2004). The effects of discovery learning and expository instruction on the acquisition of definitional and intuitive knowledge. *Journal of Computer Assisted Learning*, 20(4), 225-234.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1973). Availability: A heuristic for judging frequency and probability. *Cognitive Psychology*, 5(2), 207-232.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases. *Science*, 185(4157), 1124-1131.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1983). Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review*, 90(4), 293-315.
- Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2007). *Intuïties en wiskunde: een verstandshuwelijk?* disajikan pada Internationaal symposium ter gelegenheid van de 100ste verjaardag van het Vliebergh, Leuven
- Van Moer, A. (2007). Logic and Intuition in Mathematics and Mathematical Education. . Dalam K. François & J. P. Van Bendegem (Eds.), *Philosophical Dimensions in Mathematics Education* (pp. 157-179). New York: Springer.
- Vaughan, F. E. (1979). *Awakening Intuition*. New York: Anchor Books.
- Waks, L. J. (2006). Intuition in Education: Teaching and Learning Without Thinking. Dalam D. Vokey (Ed.), *Philosophy of Education* (pp. 379-388).
- Weinberg, J. M., Gonnerman, C., Buckner, C., & Alexander, J. (2010). Are philosophers expert intuiters? *Philosophical Psychology*, 23(3), 331 - 355.

Wild, K. W. (1938). *Intuition*. Cambridge: University Press.

Wilder, R. L. (1967). The Role of Intuition. *Science*, 156(3775), 605-610.

## **LAMPIRAN –LAMPIRAN**

Dokumen-dokumen yang dilampirkan dalam laporan ini adalah:

1. Makalah pada Prosiding Seminar Pendidikan Matematika volume 1 tahun 2011 yang merupakan bagian dari penelitian ini.
2. Sertifikat dan surat keterangan telah mempresentasikan makalah tersebut.

# INTUISI DALAM BERMATEMATIKA: FAKTA DAN IMPLIKASINYA PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Oleh : Agus Sukmana

Jurusan Matematika, Universitas Katolik Parahyangan

## Abstrak

Intuisi merupakan konsep yang kontroversial dalam filsafat pengetahuan. Ada kelompok yang berpendapat intuisi sebagai sumber pengetahuan sejati (Spinoza dan Descartes), sebaliknya ada yang berpendapat intuisi harus dihindari dalam penalaran ilmiah karena dapat menyesatkan (Hahn dan Bunge). Bagaimana kedudukan intuisi menurut matematikawan dalam proses bermatematika mereka dan bagaimana implikasinya terhadap pembelajaran dan penelitian pendidikan matematika akan dibahas dalam makalah ini. Dari hasil kajian literatur, banyak matematikawan berpendapat intuisi memiliki peranan penting dalam kegiatan bermatematika dan bagaimana menumbuh kembangkannya melalui pembelajaran menjadi masalah menarik untuk dikaji dalam penelitian pembelajaran matematika.

**Kata kunci :** Intuisi, *Aha! Experience*, Pembelajaran Matematika

## PENDAHULUAN

Intuisi merupakan istilah yang sudah tidak asing digunakan oleh berbagai kalangan masyarakat namun dimaknai sangat beragam. Kamus Besar Bahasa Indonesia mendeskripsikan intuisi sebagai: (1).“kemampuan untuk mengetahui atau memahami sesuatu tanpa dipikirkan atau dipelajari”, (2). “bisikan hati”. Sedangkan *Macquarie Encyclopedic Dictionary* mendeskripsikannya: “*Direct perception of truths, facts, etc. Independently of any reasoning process. A truth or fact thus perceived. The ability to perceive in this way*”. Deskripsi-deskripsi tersebut kiranya sejalan dengan pemahaman masyarakat umumnya bahwa intuisi tidak dihasilkan melalui proses berpikir atau penalaran, melainkan hasil dari suatu “proses yang unik”. Sampai saat ini belum ada definisi tegas dan definitif mengenai intuisi dan juga bagaimana proses intuisi bekerja, definisi intuisi masih sangat bergantung pada ranah yang dikaji (Burton, 1999; Ben-Zeev & Star, 2001; Blacker, 2006: 17).

Disisi yang lain Matematika dikenal memiliki karakteristik pola pikir deduktif yang bertumpu pada penalaran dan logika, sehingga menyandingkan intuisi dengan matematika nampaknya seperti sesuatu yang dipaksakan. Namun dugaan tersebut dibantah oleh beberapa peneliti diantaranya Van Dooren, De Bock, & Verschaffel (2007) melalui makalahnya “*Intuities en wiskunde: een verstandshuwelijk?*” Mereka mencari jawaban atas keraguan apakah intuisi dan matematika dapat disandingkan dengan serasi, khususnya pada pemecahan masalah matematik. Selanjutnya pembahasan intuisi dalam makalah ini dibatasi pada kegiatan bermatematika, atau disebut intuisi matematik.

Intuisi matematik menurut Reuben Hersh (1997: 61-62) memiliki karakteristik antara lain :

1. Intuitif lawan dari *rigorous* (arti harafiah: teliti, ketat, tepat). Makna *rigorous* tidak pernah didefinisikan dengan tepat dan cenderung intuitif;
2. Intuitif bermakna visual;
3. Intuitif bermakna masuk akal, dapat dipercaya, dapat diterima (*plausible*) sebagai sebuah konjektur tanpa melalui kehadiran suatu bukti;
4. Intuitif bermakna tidak lengkap (*incomplete*);
5. Intuitif bermakna didasarkan pada model atau beberapa contoh khusus, dan dekat dengan pengertian heuristik;
6. Intuitif bermakna holistik atau integratif sebagai lawan dari rinci (*detailed*) atau analitik.

Meskipun uraian karakteristik intuisi tersebut masih samar, tetapi cukup memberikan gambaran mengenai intuisi matematik yang akan dikaji dalam makalah ini.

Makalah ini merupakan paparan hasil kajian terhadap beberapa sumber pustaka mengenai bagaimana peranan intuisi menurut beberapa matematikawan dalam proses bermatematika mereka dan bagaimana implikasinya pada kegiatan dan penelitian pembelajaran matematika.

Pembahasan diawali dengan mengutip beberapa pandangan dan kisah matematikawan terkemuka mengenai keterlibatan intuisi dalam kegiatan bermatematika yang mereka rasakan, kemudian pandangan umum kelompok berdasarkan hasil penelitian. Selanjutnya akan dibahas beberapa implikasinya pada pembelajaran matematika dari aspek teoritis dan praktis.

## PANDANGAN MATEMATIKAWAN MENGENAI INTUISI

Pandangan beberapa orang matematikawan terkenal, seperti: Albert Einstein (1879-1955), Jules Henri Poincaré (1854-1912), Christian Felix Klein (1849-1925), dan Śrīnīvāsa Aiyangār Rāmānujam (1887-1920) mengenai bagaimana keterlibatan intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka dapat disimak melalui kisah-kisah berikut:

- Albert Einstein (1879-1955) melalui sebuah suratnya (dapat dibaca pada: <http://www.dialogus2.org/EIN/intuition.html>) mengemukakan pernyataan terkenal mengenai intuisi: “*La seule chose qui vaille au monde, c'est l'intuition*” (satu-satunya yang berharga di dunia ini adalah intuisi). Pernyataan tersebut dikemukakanya ketika menjawab pertanyaan apakah intuisi telah memandunya untuk memperoleh capaian dalam penelitian yang dilakukannya. Didalam surat tersebut, Einstein menceritakan sebuah pengalaman bagaimana intuisinya berperan ketika ia meneliti ruang *pseudo-Euclidean Minkowski* pada teori relativitas umum. Menurut Einstein bisa saja sebuah penemuan lahir melalui intuisi. Ketika suatu pengamatan atau observasi tidak dapat dilanjutkan dengan deduksi logis karena nampaknya tidak ada “jalur logis” yang menghubungkan fakta dengan ide teoritis, untuk itu diperlukan suatu lompatan imajinasi bebas melampaui suatu fenomena yang disebut intuisi.
- Matematikawan Perancis Jules Henri Poincaré (1854-1912) saat menyampaikan kuliahnya yang terkenal dihadapan para anggota *Société de Psychologie* pada tahun 1908 di Paris juga memaparkan bahwa proses penemuan teorema-teoremnya tidak lepas dari peran intuisi. Poincaré memaparkan pengalamannya bagaimana kehadiran intuisi ketika ia sedang mengalami kebuntuan dalam memecahkan sebuah masalah Matematika:

*Disgusted at my want of succes, I went away to spend a few days at the seaside, and thought of entirely different things. One day, as I was walking on the cliff, the idea came to me, again with the same characteristics of brevity, suddenness, and immediate certainty ....* (Poincaré, 1914/ 2009: 53-54)

Poincaré menceritakan bahwa sebuah gagasan hadir secara tiba-tiba dalam benaknya justru ketika ia tidak sedang memikirkannya, tapi ia tetap meyakini kebenaran gagasan tersebut yang kemudian telah memandunya kearah penemuan fungsi Fuchsian, itulah yang menurutnya sebuah intuisi. Demikian pentingnya intuisi bagi Poincaré, menurutnya: “*It is by logic that we prove. It is by intuition that we invent ... logic remains barren unless fertilized by intuition*” (Raidl & Lubart, 2000: 217). Tidak akan ada aktivitas kreatif sejati dalam Matematika dan Sains tanpa intuisi. Meskipun matematika dikenal deduktif, banyak gagasan matematika dari Poincaré diawali proses berfikir pada tingkat bawah sadar *unconscious level* (Van Moer, 2007: 172-173). Kajian terhadap gagasan Poincaré dan tentang intuisi matematis dibahas antara lain oleh Godlove (2009).

- Christian Felix Klein (1849-1925) menuturkan pengalamannya mengenai penemuan sebuah teorema yang gagasan awalnya diperoleh melalui intuisi dalam bukunya (Klein, 1928/1979: 360):

*But during my last night, the 22- 23 of March, [1882] -- which I spent sitting on the sofa because of asthma -- at about 3:30 there suddenly arose before me the Central Theorem, as it has been prefigured by me through the figure of the 14-gon in (Ges.*

*Abh., vol. 3, p. 126). The next afternoon, in the mail coach (which then ran from Norden to Emden) I thought through what I had found, in all its details. Then I knew I had a great theorem.*

Meskipun gagasan intuitif mengenai teorema tersebut telah ia peroleh dan yakini kebenarannya, namun ternyata cukup sulit untuk membuktikannya. Bahkan pembuktian lengkap teorema tersebut baru terpecahkan tuntas 40 tahun kemudian oleh Koebe, dikenal dengan Teorema Klein-Koebe.

- Srīnivāsa Aiyangār Rāmānujam (1887-1920) matematikawan India menulis surat kepada beberapa matematikawan besar pada masanya mengenai rumus-rumus yang menakjubkan untuk penjumlahan, perkalian, pecahan, dan akar takberhingga yang dikemukakannya secara intuitif. Namun tidak ada seorangpun meresponnya kecuali G. H. Hardy seorang matematikawan Inggris. Hardy dapat menerima kebenaran rumus-rumus tersebut tanpa melalui proses pembuktian formal yang biasa dipergunakan dalam matematika, yang dikenal sebagai intuisi matematik. Kejeniusan Rāmānujam tercermin dari gagasan-gagasannya tersebut, dan telah memberikan kontribusi besar pada matematika meskipun beberapa gagasannya tidak sempat ia buktikan sebelum meninggal dunia pada usia 32 tahun.

Dari paparan kisah tersebut tampaknya beberapa temuan penting dalam matematika oleh matematikawan besar ternyata diperoleh melalui proses “yang tidak biasa”: (i). Mereka melakukan lompatan-lompatan pemikiran ketika tidak/ belum ditemukan jalur logis yang menghubungkan antara fakta baru dengan gagasan teoritis yang ada, seperti yang dilakukan oleh Einstein, Klein, ataupun Ramanujam; atau (ii). Mereka memperoleh gagasan secara spontan atau ketika tidak sedang mencurahkan pikirannya untuk menyelesaikan masalah matematika yang mereka hadapi.

Selanjutnya, bagaimana pendapat matematikawan kini yang tidak sekaliber Einstein, Poincaré, Klein, dan Ramanujam? Mungkin mereka tidak berada pada aras menemukan teori-teori tetapi lebih pada pengembangan teori yang sudah ada dalam Matematika. Penelitian Leone Burton (1999) dan Liljedahl (2004) akan diulas untuk tujuan tersebut.

Leone Burton (1999) melakukan penelitian mengenai bagaimana keterlibatan intuisi dalam kegiatan “bermatematika” para matematikawan dengan meminta pendapat 70 orang subyek penelitian. Seperti telah diduga sebelumnya terjadi pro dan kontra mengenai hal ini karena intuisi masih merupakan sesuatu yang kontroversial. Menurut hasil penelitian Burton, ternyata cukup banyak subyek (yaitu 83%) yang mengakui bahwa kehadiran intuisi telah membantu mereka dalam kegiatan bermatematika mereka meskipun dengan kadar yang beragam. Dua contoh pernyataan berikut mewakili pendapat mereka yang mengakui adanya keterlibatan intuisi dalam kegiatan bermatematika: “...the ability to pick up that kind of connection in mathematics is mathematical intuition and is a central feature”, dan “I don’t think you would ever start anything without intuition”. Sedangkan dari mereka yang menyatakan tidak ada keterlibatan intuisi, contohnya adalah: “there is no such thing as intuition in mathematics”. Penelitian Burton berhasil menggali pemahaman matematikawan mengenai intuisi matematik sebagai upaya mereka untuk menghubungkan / membuat “lompatan” ketika mereka tidak/belum menemukan adanya “jalur logis” yang menghubungkan beberapa fakta/gagasan teoritis.

Penelitian Peter Gunnar Liljedahl (2004) yang ditulis dalam disertasinya mengarah kepada pemahaman bahwa intuisi matematik sebagai suatu gagasan spontan yang biasa disebut sebagai *Aha! Experience*. Liljedahl memberikan ilustrasi bagaimana *Aha! Experience* ia alami ketika dihadapkan pada penyelesaian permasalahan matematika yang sudah diupayakan dalam jangka waktu lama, namun gagasan luar biasa ia dapatkan seketika saat dosennya meminta penjelasan mengenai penyelesaian yang ia peroleh padahal saat itu dia sedang memikirkannya. Gagasan seketika tersebut samasekali berbeda dengan yang sudah ia pikirkan sebelumnya. Gagasan seketika tersebut baginya adalah *Aha! Experience*. Kisah ini mirip dengan yang dialami oleh Poincaré, dan mendorongnya untuk mengkaji lebih lanjut mengenai *Aha! Experience* dalam pemecahan masalah matematika. Liljedahl melakukan penelitian terhadap 64 orang subyek. *Aha! Experience*

berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukannya (Liljedahl, 2004: 196-197) ternyata berada dalam ranah afektif dan walaupun ada aspek kognitifnya tidak berada dalam peranan yang penting, hal ini berbeda dengan kebanyakan yang mengasumsikan bahwa gagasan takbiasa dari *Aha! Experience* merupakan hasil dari proses-proses kognitif yang tersembunyi (*hidden cognitive processes*). *Aha! Experience* atau intuisi secara umum melibatkan rasa dan emosi dari pelaku matematika.

Dari paparan-paparan tersebut tampak bahwa banyak matematikawan yang mengakui kehadiran intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka. Para matematikawan besar cukup banyak yang mengandalkan intuisi dalam proses penemuan teori yang mereka jalani. Ternyata keterlibatan intuisi dalam kegiatan menyelesaikan masalah matematika juga diakui oleh banyak matematikawan lain setidaknya berdasarkan hasil penelitian Burton (1999) dan Liljedahl (2004).

### INTUISI DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Telah dipaparkan cukup banyak matematikawan mengakui pentingnya peranan intuisi dalam kegiatan bermatematika mereka. Persoalannya adalah seperti yang dipertanyakan oleh Burton: “*Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education?*”, menurutnya intuisi telah hilang dan diabaikan dalam pembelajaran matematika. Jauh sebelum Burton mempertanyakan hal tersebut, Albert Einstein juga pernah menyampaikan keprihatinan serupa melalui pernyataannya yang terkenal dan menginspirasi penelitian mengenai intuisi: “*The intuitive mind is a sacred gift and the rational mind is a faithful servant. We have created a society that honors the servant and has forgotten the gift*” (dalam Waks, 2006: 386). Ia mengingatkan bahwa berpikir intuitif merupakan suatu karunia mulia (*a sacred gift*) yang dianugerahkan Tuhan kepada setiap individu, namun berpikir intuitif cenderung diabaikan dalam masyarakat yang lebih menghargai berpikir rasional.

Kurangnya perhatian terhadap intuisi dalam pembelajaran matematika didukung oleh Waks (2006: 386) dan untuk memperkuat argumennya tersebut ia menunjukkan bahwa unsur atau entri mengenai intuisi tidak dijumpai pada beberapa ensiklopedia pendidikan, seperti: *Encyclopedia of Education* (New York: Macmillan Reference Library, 2002) dan *Encyclopedia of Educational Research*, 6th ed. (New York: Macmillan Reference Library, 1992). Dari berbagai sumber yang tersedia nampak masih luasnya bagian dari intuisi matematik yang belum diteliti dan dikaji.

Setidaknya ada dua sumber utama yang mendorong minat mendalami intuisi dalam pembelajaran matematika, yaitu:

1. Kecenderungan matematikawan untuk terus meningkatkan keketatan dan “kemurnian” konseptual pada masing-masing domain. Kecenderungan dasarnya adalah untuk memurnikan pengetahuan kita dari unsur-unsur: subyektifitas, interpretasi langsung dan keyakinan (*belief*) serta menjadikannya sesuai dengan data objektif yang diperoleh secara ketat. Hal ini menyebabkan meningkatnya kontradiksi antara apa yang tampaknya menjadi jelas dengan apa yang didapatkan sebagai hasil yang diperoleh dari analisis 'ilmiah' terhadap data (Fischbein, 1999: 12). Sebelum abad 19 Geometri (*Euclidean*) didasarkan pada aksioma-aksioma yang *self-evidence* tetapi kemudian muncul gagasan-gagasan dari Lobachevsky, Bolyai, Riemann yang menunjukkan bahwa geometri lain (*Geometri non-Euclidian*) juga logis. Geometri *non-Euclidian* tersebut menimbulkan konflik dengan intuisi kita mengenai gambaran alamiah tentang dunia dan sifat-sifat ruangnya.
2. Kecenderungan adanya hambatan kognitif dalam mempelajari matematika karena pengetahuan intuitif siswa seringkali berbeda dengan penafsiran ilmiah. Contohnya, gagasan sebuah persegi adalah jajaran genjang secara intuitif dirasakan aneh oleh banyak siswa. Gagasan mengalikan dua bilangan dapat memperoleh hasil yang lebih kecil dari salah satu atau kedua bilangan yang dikalikan juga sulit diterima oleh siswa yang mengalami hambatan kognitif.

Berikut adalah gambaran beberapa situasi yang mendeskripsikan keadaan intuisi dalam pembelajaran matematika:

- a. Pernyataan matematika dapat diterima tanpa memerlukan pembuktian lebih lanjut, hanya berdasarkan pada intuisi siswa saja. Misalnya pernyataan "hanya ada tepat satu garis lurus yang menghubungkan dua titik" pada geometri Euclides (Fischbein, 1987, 1999).
- b. Pernyataan matematika yang secara intuitif dapat diterima kebenarannya, namun demikian diperlukan pembuktian lebih lanjut. Misalnya pernyataan "Sudut-sudut berhadapan dari dua buah garis yang berpotongan adalah sama besar" dalam geometri Euclides dapat diterima kebenarannya dan kita perlu membuktikan kebenarannya (Fischbein, 1987, 1999).
- c. Pernyataan matematika yang tidak serta merta dapat diterima dan memerlukan pembuktian lebih lanjut agar dapat diterima. Misalnya teorema Pythagoras dalam geometri Euclides (Fischbein, 1987).
- d. Pernyataan matematika bertentangan dengan respon intuitif siswa. Situasi ini banyak dijumpai dalam masalah probabilitas (Fischbein & Schnarch, 1997; Jun, 2000; Kahneman, 2002; Sukmana & Wahyudin, 2011a).
- e. Representasi yang berbeda untuk suatu permasalahan matematika yang sama memunculkan pertentangan intuisi. Misalnya himpunan bilangan asli (1, 2, 3, 4, 5, 6, ...) secara intuitif tidak ekuivalen dengan himpunan bilangan genap, tetapi akan tampak ekuivalen bila direpresentasikan sebagai berikut:
  - (1, 2, 3, 4, 5, 6, ....)
  - (2, 4, 6, 8, 10, 12, ....)
 karena setiap bilangan asli berpadanan dengan tepat satu bilangan genap (Fischbein, 1987, 1999).

Situasi-situasi tersebut memberikan implikasi terhadap pembelajaran matematika, antara lain:

- a. Situasi yang paling menguntungkan dalam pembelajaran matematika adalah dimana intuisi siswa dengan konsep matematika secara formal sejalan. Seringkali siswa dalam situasi trivial menafsirkan fakta-fakta matematika dengan mengacu pada realitas konkret dan menganggap bukti formal sebagai tuntutan yang berlebihan. Implikasinya siswa diarahkan untuk memahami matematika yang berpola pikir deduktif formal. Penerimaan pernyataan matematika secara intuitif tidak mengecualikan keharusan untuk memenuhi struktur deduktif matematika yang formal, ketat sesuai dengan aksiomatik.
- b. Situasi yang sering kali terjadi dalam pengajaran matematika adalah penerimaan siswa secara intuitif bertentangan dengan konsep matematika secara formal dan mengakibatkan terjadinya konflik kognitif bahkan bias kognitif yang dapat merintangangi siswa untuk mempelajari matematika. Dalam kasus ini pembelajaran harus dapat merekonstruksi intuisi matematik dan pengetahuan awal siswa, hal ini dimungkinkan karena intuisi sekunder menurut (Fischbein, 1987) dapat direkonstruksi melalui pembelajaran yang sesuai. Membantu siswa mengatasi kesulitan ini dengan membuatnya menyadari terjadinya konflik dan membantu untuk memahami fakta-fakta dalam matematika yang mengarah pada pemahaman konsep yang benar. Beberapa penelitian berupaya merekonstruksi intuisi sekunder siswa seperti: pembelajaran dengan pendekatan kontekstual (Pfannkuch & Brown, 1996; Linchevski & Williams, 1999; Sukmana & Wahyudin, 2011b), melalui pendekatan diskoveri dan ekspositori (Schwartz & Bransford, 1998; delMas & Garfield, 1999; Swaak & De Jong, 2001; Swaak, De Jong, & Van Joolingen, 2004; Kapur, 2010a, 2010b).
- c. Situasi dimana intuisi tidak diperlukan atau tidak berkaitan dengan situasi formal, kebenaran hanya memerlukan bukti formal.

Upaya untuk mengembangkan kemampuan berpikir intuitif siswa melalui proses pembelajaran tampak telah dilakukan seiring dengan kajian mengenai intuisi dalam pembelajaran matematika. Demikian pula secara filosofis Emmanuel Kant dan Charles Parsons memberikan dukungan teori terhadap peranan intuisi dalam bermatematika maupun dalam pembelajaran matematika (Parsons, 1993; Sher & Tieszen, 2000; Marsigit, 2006; Chen, 2008; Folina, 2008; Godlove, 2009) ditengah perbedaan yang takberkesudahan dikalangan para filsuf mengenai peranan intuisi dalam membangun pengetahuan termasuk matematika (Fischbein, 1999: 11).

Secara umum dalam pengajaran matematika, sangatlah penting guru/dosen memahami interaksi antara intuitif, formal dan aspek-aspek prosedural dalam proses memahami, bernalar dan pemecahan masalah siswa. Jika kekuatan intuitif yang dimiliki siswa diabaikan bagaimanapun terus mempengaruhi kemampuan siswa bermatematika. Bila berpikir intuitif tidak dikendalikan juga dapat mengganggu proses berpikir matematis. Jika aspek formal diabaikan dan siswa akan cenderung mengandalkan hanya pada argumen intuitif, dan apa yang akan diajarkan bukanlah matematika.

## PENUTUP

Keterlibatan dan pentingnya peranan intuisi dalam proses bermatematika faktanya diakui oleh banyak matematikawan telah membantu mereka untuk memahami, mengembangkan dan menemukan teori-teori baru dalam matematika. Banyak yang mempertanyakan mengapa kemampuan berpikir intuitif justru tidak dikembangkan dalam pembelajaran matematika? Adanya keraguan terhadap intuisi dalam membangun matematika adalah salah satu faktor penyebabnya. Keraguan tersebut secara filosofis sudah dijawab oleh Emmanuel Kant dan Charles Parsons yang memberikan dukungan terhadap pemanfaatan intuisi dalam mengembangkan matematika. Kecenderungan untuk mengesampingkan peranan intuisi dalam bermatematika maupun upaya untuk menekan intuisi siswa dalam pembelajaran matematika telah menimbulkan masalah bagi siswa untuk mempelajari matematika pertentangan kognisi yang terjadi menjadi berlarut-larut dan menjauhkan matematika dari aspek humanis.

Dari apa yang telah dipaparkan dalam makalah ini, diharapkan dapat menggugah penelitian mengenai intuisi matematik yang masih jarang dilakukan agar dapat memberikan kontribusi pada pembelajaran matematika. Dari aspek praktis diharapkan dapat menggugah guru atau dosen untuk mulai memperhatikan interaksi intuisi dengan matematika formal, membangun jembatan diantara keduanya, mengupayakan untuk merekonstruksi intuisi matematik yang “keliru” yang telah terlanjur tertanam dalam pikiran siswa dan memperkuat intuisi matematik siswa melalui pembelajaran matematika dikelas.

## DAFTAR PUSTAKA

- Ben-Zeev, T., & Star, J. (2001). Intuitive mathematics: Theoretical and educational implications. Dalam B. Torff & R. J. Sternberg (Eds.), *Understanding and teaching the intuitive mind : student and teacher learning* (pp. 29-56). Mahwah, N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.
- Blacker, A. (2006). *Intuitive Interaction with Complex Arthefacts: Emperically-based research*. Berlin: VDM Verlag Dr. Muller.
- Burton, L. (1999). Why is intuition so important to mathematicians but missing from mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, 19(3), 27-32.
- Chen, H. (2008). *The role of intuition in Kant's conceptualization of causality and purposiveness*. Disertasi, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong: tidak diterbitkan.
- delMas, R. C., & Garfield, J. (1999). A Model of Classroom Research in Action: Developing Simulation Activities to Improve Students' Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 7(3).
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics : an educational approach* Dordrecht D. Reidel.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and Schemata in Mathematical Reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1), 11-50.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), 96-105.
- Folina, J. (2008). Intuition Between the Analytic-Continental Divide: Hermann Weyl's Philosophy of the Continuum. *Philosophia Mathematica*, 16(1), 25-55.
- Godlove, T. F. (2009). Poincare, Kant, and The Scope of Mathematical Intuition. *The Review of Metaphysics*, 62(4), 779-801.

- Hersh, R. (1997). *What Is Mathematics, Really?* New York: Oxford University Press.
- Jun, L. (2000). *Chinese Students' Understanding of Probability*. Disertasi, Nanyang Technological University, Singapore: tidak diterbitkan.
- Kahneman, D. (2002). Maps of Bounded Rationality: A Perspective on Intuitive Judgement and Choices. [Online]. Tersedia di, [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/economics/laureates/2002/kahnemann-lecture.pdf](http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/2002/kahnemann-lecture.pdf) [21 Oktober, 2010]
- Kapur, M. (2010a). Productive Failure in Learning the Concept of Variance. Working paper. National Institute of Education, Singapore. tidak diterbitkan.
- Kapur, M. (2010b). Productive failure in mathematical problem solving. *Instructional Science*, 38(6), 523-550.
- Klein, F. (1928/1979). *Development of Mathematics in the 19th Century* (R. Hermann, Terjemahan.). Brookline: Math Sci Press.
- Liljedahl, P. G. (2004). *The Aha! Experience: Mathematical Contexts, Pedagogical Implications* Disertasi, Simon Fraser University, Burnaby, BC Canada: tidak diterbitkan.
- Linchevski, L., & Williams, J. (1999). Using Intuition From Everyday Life in 'Filling' the gap in Children's Extension of Their Number Concept to Include the Negative Numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1), 131-147.
- Marsigit. (2006). *Peranan Intuisi dalam Matematika Menurut Emmanuel Kant*. Makalah disajikan pada Konferensi Nasional Matematika XIII. Semarang,
- Parsons, C. (1993). On Some Difficulties Concerning Intuition and Intuitive Knowledge. *Mind*, 102(406), 233-246.
- Pfannkuch, M., & Brown, C. M. (1996). Building on and Challenging Students' Intuitions About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning? . *Journal of Statistics Education*, 4(1),
- Poincaré, H. (1914/ 2009). *Science and Method* (F. Maitland, Terjemahan.). New York: Cosimo Classic.
- Raidl, M.-H., & Lubart, T. I. (2000). An Emperical Study of Intuition and Creativity. *Imagination, Cognition and Personality*, 20(3), 217-230.
- Schwartz, D. L., & Bransford, J. D. (1998). A Time for Telling. *Cognition and Instruction*, 16(4), 475-522.
- Sher, G., & Tieszen, R. L. (2000). *Between logic and intuition : essays in honor of Charles Parsons* (C. Parsons, G. Sher & R. L. Tieszen, Terjemahan.). Cambridge, U.K. ; New York :: Cambridge University Press.
- Sukmana, A., & Wahyudin. (2011a). A Study of the Role of Intuition in Students' Understanding of Probability Concepts. *Proceeding of the International Conference on Numerical Analysis and Optimization (ICeMATH2011)*: UAD
- Sukmana, A., & Wahyudin. (2011b). A Teaching Material Development for Developing Students' Intuitive Thinking Through REACT Contextual Teaching Approach. *Mat Stat*, 11(2), 75-81.
- Swaak, J., & De Jong, T. (2001). Discovery simulations and the assessment of intuitive knowledge. *Journal of Computer Assisted Learning*, 17(3), 284-294.
- Swaak, J., De Jong, T., & Van Joolingen, W. R. (2004). The effects of discovery learning and expository instruction on the acquisition of definitional and intuitive knowledge. *Journal of Computer Assisted Learning*, 20(4), 225-234.
- Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2007). *Intuities en wiskunde: een verstandshuwelijk?* disajikan pada Internationaal symposium ter gelegenheid van de 100ste verjaardag van het Vliebergh, Leuven
- Van Moer, A. (2007). Logic and Intuition in Mathematics and Mathematical Education. . Dalam K. François & J. P. Van Bendegem (Eds.), *Philosophical Dimensions in Mathematics Education* (pp. 157-179). New York: Springer.
- Waks, L. J. (2006). Intuition in Education: Teaching and Learning Without Thinking. Dalam D. Vokey (Ed.), *Philosophy of Education* (pp. 379-388).