

**PELUANG SUATU TIM UNTUK MENCAPAI PERINGKAT  
TERTENTU DALAM SUATU TURNAMEN**



**Disusun Oleh:  
Benny Yong, M.Si.  
Liem Chin, M.Si.**

**Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat  
Universitas Katolik Parahyangan  
2012**

## ABSTRAK

Pada penelitian sebelumnya, kami telah menemukan batas atas minimum agar suatu tim pada Liga Inggris dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga pada *UEFA Champion League* dan batas bawah maksimum sehingga suatu tim pada Liga Inggris tidak dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga pada *UEFA Champion League*. Batas-batas ini diberikan untuk turnamen yang bersifat  $\frac{1}{2}$  kompetisi maupun kompetisi penuh. Untuk kompetisi penuh, batas atas minimum agar suatu tim dijamin dapat berlaga pada *UEFA Champion League* adalah  $34\frac{1}{3}$  (atau 103 poin). Untuk mencapai batas ini, suatu tim maksimum kalah 3 kali. Jika lebih dari itu, maka tidak ada jaminan tim tersebut dapat berlaga pada *UEFA Champion League*. Namun, selama Liga Inggris ini bergulir sejak tahun 1992, tidak ada satu tim pun yang pernah menjadi juara 1 dengan memperoleh poin di atas 100. Dengan demikian, pada penelitian ini kami akan mencari peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 (syarat agar suatu tim memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*) setiap kali tim tersebut telah melakukan sejumlah pertandingan pada suatu musim kompetisi. Peluang ini dicari dengan memanfaatkan teorema Borel, kemudian dibuat simulasi untuk melihat peluang dari masing-masing tim di Liga Inggris setelah melakukan sejumlah pertandingan. Selain itu, kami juga menghitung peluang tim terdegradasi di Liga Inggris ini. Setelah liga berjalan sekitar setengahnya (yaitu hingga akhir tahun 2011), dapat dilihat tim-tim yang berpeluang besar untuk masuk empat besar dan tim-tim yang berpeluang besar untuk terdegradasi.

## DAFTAR ISI

ABSTRAK.....	i
DAFTAR TABEL .....	iii
DAFTAR GAMBAR.....	iv
PENDAHULUAN .....	1
1.1 LATAR BELAKANG MASALAH .....	1
1.2 PERTANYAAN PENELITIAN .....	2
1.3 TUJUAN PENELITIAN.....	3
1.4 SISTEMATIKA PEMBAHASAN .....	3
TINJAUAN PUSTAKA .....	5
2.1 TEOREMA BOREL.....	5
2.2 BANYAKNYA KEMENANGAN YANG DIBUTUHKAN SUATU TIM UNTUK MENCAPAI PERINGKAT TERTENTU DALAM SUATU TURNAMEN.....	8
METODE PENELITIAN .....	13
JADWAL PELAKSANAAN .....	19
HASIL DAN PEMBAHASAN .....	20
KESIMPULAN DAN SARAN .....	34
6.1 KESIMPULAN.....	34
6.2 SARAN.....	34
DAFTAR PUSTAKA.....	36
LAMPIRAN PROGRAM A .....	35
LAMPIRAN PROGRAM B .....	37

## DAFTAR TABEL

Tabel 1 Peluang <i>head</i> untuk banyaknya pelemparan koin dari 1 sampai 50.....	6
Tabel 2 Banyaknya kemenangan yang diperoleh tim peringkat 4 dan 5 pada akhir kompetisi Liga Inggris (2001-2010).....	9
Tabel 3 Tim-tim yang pernah menjadi peringkat 1 di Liga Inggris .....	11
Tabel 4 Tim-tim yang pernah menjadi peringkat 4 di Liga Inggris .....	12
Tabel 5 Tim-tim yang berlaga di Liga Inggris 2011/2012 .....	22

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 1 Perilaku peluang <i>head</i> ketika pelemparan dilakukan makin banyak .....	8
Gambar 2 Peluang dihitung dengan cara mencari semua kemungkinan skenario yang ada hingga turnamen berakhir .....	20
Gambar 3 Peluang dihitung dengan cara simulasi sebanyak 1 juta kali .....	21
Gambar 4 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 24 September 2011 .....	24
Gambar 5 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 23 Oktober 2011 .....	24
Gambar 6 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 27 Nopember 2011 .....	25
Gambar 7 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Desember 2011 .....	25
Gambar 8 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Januari 2012 .....	26
Gambar 9 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 26 Februari 2012 .....	26
Gambar 10 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Maret 2012 .....	27
Gambar 11 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 30 April 2012 .....	27
Gambar 12 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 24 September 2011 .....	29
Gambar 13 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 23 Oktober 2011 .....	29
Gambar 14 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 27 Nopember 2011 .....	30
Gambar 15 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Desember 2011 .....	30
Gambar 16 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Januari 2012 .....	31
Gambar 17 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 26 Februari 2012 .....	31
Gambar 18 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Maret 2012 .....	32
Gambar 19 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 30 April 2012 .....	32

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 LATAR BELAKANG MASALAH

Pada penelitian sebelumnya, kami telah menemukan batas atas minimum agar suatu tim pada Liga Inggris dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga pada *UEFA Champion League* dan batas bawah maksimum sehingga suatu tim pada Liga Inggris tidak dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga pada *UEFA Champion League*. Batas-batas ini diberikan untuk turnamen yang bersifat  $\frac{1}{2}$  kompetisi maupun kompetisi penuh. Untuk kompetisi penuh, batas atas minimum agar suatu tim dijamin dapat berlaga pada *UEFA Champion League* adalah  $34\frac{1}{3}$  (atau 103 poin), [2]. Untuk mencapai batas ini, suatu tim maksimum kalah 3 kali. Jika lebih dari itu, maka tidak ada jaminan tim tersebut dapat berlaga pada *UEFA Champion League*. Namun, selama Liga Inggris ini bergulir sejak tahun 1992, tidak ada satu tim pun yang pernah menjadi juara 1 dengan memperoleh poin di atas 100. Poin tertinggi hanya 95, yang diraih oleh Chelsea saat menjadi juara 1 pada musim kompetisi 2004/2005, [4]. Hanya ada dua tim yang pernah menjadi juara 1 dengan memperoleh di atas 90, yaitu Manchester United (91 poin, musim kompetisi 1999/2000) dan Chelsea (95 poin, musim kompetisi 2004/2005 dan 91 poin, musim kompetisi 2005/2006), [4]. Bahkan Liverpool pernah memperoleh poin 60 (peringkat 4) pada musim kompetisi 2003/2004 dan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*. Dari data ini dapat dilihat bahwa ternyata suatu tim tidak terlalu perlu untuk ‘mengejar’ hingga memperoleh poin 103 agar memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Dengan demikian, pada penelitian ini kami akan mencari peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 (syarat agar suatu tim

memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*) setiap kali tim tersebut telah melakukan satu pertandingan pada suatu musim kompetisi.

## **1.2 PERTANYAAN PENELITIAN**

Sebanyak 20 tim di Liga Inggris harus bersaing agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Untuk memperoleh kesempatan ini tentu saja tidak mudah karena tim-tim tersebut harus melakukan pertandingan sebanyak 38 kali dalam setahun (sistem kompetisi penuh). Asumsikan:

1. Empat peringkat teratas pada Liga Inggris tidak ada yang menjadi juara bertahan pada *UEFA Champion League* musim kompetisi tahun sebelumnya (menurut aturan *UEFA Champion League*, juara bertahan musim kompetisi tahun sebelumnya, langsung masuk *group stage* tanpa memperhatikan peringkat di Liga Inggris),
2. Setiap tim memiliki peluang yang sama untuk menang, seri ataupun kalah dalam suatu pertandingan,
3. Selisih gol antar-tim belum menjadi pertimbangan pada penelitian kali ini.

Dengan aturan yang ada di *UEFA Champion League* dan Liga Inggris serta asumsi di atas, pada penelitian ini akan dicari peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 (syarat agar memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*) setiap kali tim tersebut telah melakukan sejumlah pertandingan pada suatu musim kompetisi. Jika ada salah satu tim Liga Inggris yang menjadi juara bertahan Liga Champion musim sebelumnya, maka peringkat keempat Liga Inggris musim kompetisi yang sedang berlangsung tidak berhak mengikuti Liga Champion musim berikutnya.

### **1.3 TUJUAN PENELITIAN**

Adapun tujuan penelitian ini adalah

1. Mencari peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 (syarat agar memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*) setiap kali tim tersebut telah melakukan satu pertandingan pada suatu musim kompetisi,
2. Mencari peluang suatu tim akan terdegradasi di Liga Inggris.

### **1.4 SISTEMATIKA PEMBAHASAN**

Sistematika pembahasan penelitian ini dibagi menjadi 4 bab, yaitu:

#### **BAB 1 Pendahuluan**

Pada bab ini dibahas mengenai alasan yang menjadi latar belakang penelitian ini dilaksanakan, kemudian pertanyaan penelitian yang ingin dicari jawabnya, tujuan penelitian, dan sistematika pembahasan dalam laporan penelitian ini untuk memperoleh gambaran utuh mengenai penelitian yang telah dilaksanakan.

#### **BAB 2 Kajian Teoritis**

Bab ini membahas secara singkat mengenai teorema Borel dan model kemenangan minimum agar suatu tim dapat lolos ke babak berikutnya pada turnamen sepak bola Liga Inggris. Tujuannya adalah memberikan gambaran kepada pembaca mengenai beberapa teori yang relevan dan digunakan sebagai landasan untuk mencari jawaban dalam penelitian ini.

#### **BAB 3 Metodologi dan Hasil Penelitian**

Bab ini membahas mengenai prosedur penelitian dan temuan-temuan yang diperoleh dari penelitian serta simulasi untuk mencari peluang tim-tim di Liga Inggris agar dapat masuk 4 besar untuk memperoleh kesempatan berlaga di

Liga Champion UEFA. Selain itu akan diberikan pula simulasi untuk mencari peluang tim-tim di Liga Inggris yang akan terdegradasi pada musim kompetisi 2011/2012.

#### BAB 4 Simpulan dan Saran

Bab ini berisi tentang simpulan dari penelitian dan saran untuk penelitian lanjutan.

## BAB 2

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 TEOREMA BOREL

Pada tahun 1909, Emile Borel menunjukkan suatu fakta yang mengagumkan mengenai barisan-barisan biner tak hingga yang kemudian diperumum oleh banyak matematikawan (dari Cantelli sampai Kolmogorov) [1]. Penemuan ini menjadi suatu konsep dasar dari teori peluang [1].

##### **Teorema 2.1.1**

Untuk barisan-barisan tak hingga yang saling bebas dari pelemparan suatu koin adil, proporsi sukses dari  $N$  pelemparan pertama akan mendekati  $\frac{1}{2}$ , jika  $N$  menuju tak hingga [1].

Sebagai ilustrasi, berikut ini akan dilakukan suatu eksperimen pelemparan suatu koin (koin dua muka, muka depan (*head*) dan muka belakang(*tail*)). Akan diamati proporsi kumulatif dari muka depan setelah setiap kali lempar sebanyak pelemparan koin dari 1 sampai 50 kali pelemparan. Kemunculan *head* dinyatakan dengan angka 1, jika yang muncul bukan *head*, diberi angka 0.

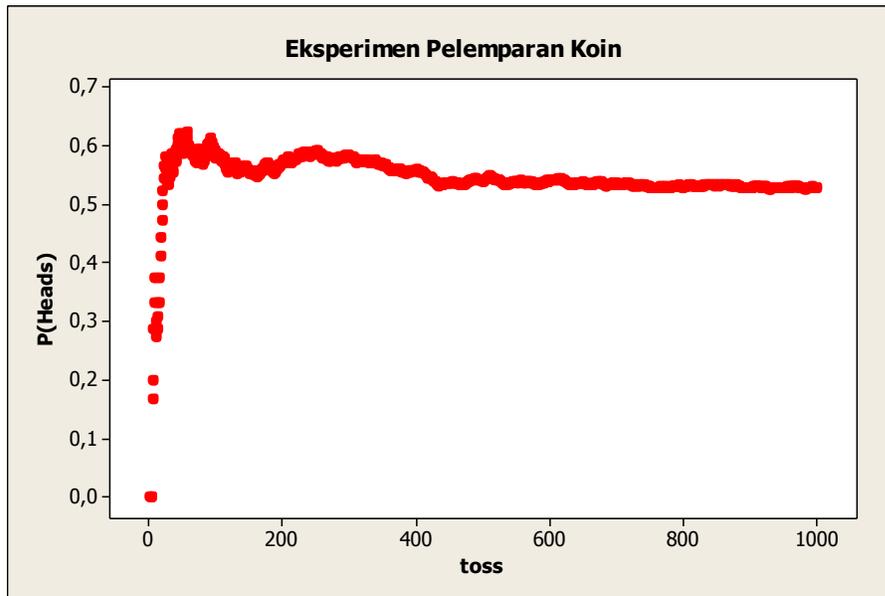
Kita dapat mensimulasi eksperimen pelemparan koin ini dengan menggunakan proses Bernoulli dengan peluang sukses (munculnya muka depan) adalah  $\frac{1}{2}$  (muka depan dan muka belakang mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul (koin adil)).

**Tabel 1** Peluang *head* untuk banyaknya pelemparan koin dari 1 sampai 50

Pelemparan	Hasil yang terjadi ( <i>head</i> = 1, <i>tail</i> = 0)	Jumlah kumulatif <i>head</i> yang muncul	P( <i>head</i> )
1	0	0	0,000000
2	1	1	0,500000
3	1	2	0,666667
4	1	3	0,750000
5	1	4	0,800000
6	0	4	0,666667
7	1	5	0,714286
8	1	6	0,750000
9	1	7	0,777778
10	0	7	0,700000
11	1	8	0,727273
12	0	8	0,666667
13	1	9	0,692308
14	1	10	0,714286
15	0	10	0,666667
16	0	10	0,625000
17	0	10	0,588235
18	0	10	0,555556
19	0	10	0,526316
20	1	11	0,550000
21	0	11	0,523810
22	1	12	0,545455
23	1	13	0,565217
24	1	14	0,583333
25	1	15	0,600000
26	0	15	0,576923
27	1	16	0,592593

28	1	17	0,607143
29	1	18	0,620690
30	1	19	0,633333
31	0	19	0,612903
32	0	19	0,593750
33	0	19	0,575758
34	1	20	0,588235
35	1	21	0,600000
36	1	22	0,611111
37	1	23	0,621622
38	1	24	0,631579
39	0	24	0,615385
40	0	24	0,600000
41	0	24	0,585366
42	0	24	0,571429
43	0	24	0,558140
44	0	24	0,545455
45	0	24	0,533333
46	1	25	0,543478
47	0	25	0,531915
48	0	25	0,520833
49	1	26	0,530612
50	0	26	0,520000

Peluang munculnya *head* bervariasi di sekitar  $\frac{1}{2}$ . Grafik berikut menunjukkan bahwa dengan pelemparan koin semakin banyak (disini dilakukan hingga 1000 kali pelemparan), proporsi munculnya *head* akan mendekati  $\frac{1}{2}$ .



Gambar 1 Perilaku peluang *head* ketika pelemparan dilakukan makin banyak

## 2.2 BANYAKNYA KEMENANGAN YANG DIBUTUHKAN SUATU TIM UNTUK MENCAPAI PERINGKAT TERTENTU DALAM SUATU TURNAMEN

Kejuaraan sepakbola *UEFA Champion League* diikuti oleh 48 tim sepakbola dari berbagai negara di daratan Eropa dengan empat di antaranya berasal dari tim Liga Inggris. Dari empat tim ini, tiga di antaranya langsung masuk *group stage* sedangkan satu tim masuk babak *playoff* (aturan ini dimulai musim kompetisi 2009/2010, sedangkan sebelumnya, dua tim teratas langsung masuk *group stage* dan dua tim berikutnya masuk babak *playoff*). Keempat tim ini merupakan peringkat 1 hingga 4 pada Liga Inggris musim sebelumnya. Kedua puluh tim yang ada di Liga Inggris tentu saja harus bersaing untuk masuk empat besar agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Pada Liga Inggris sendiri, pertandingan dilakukan secara kompetisi penuh, artinya setiap tim bertanding dua kali (tandang dan kandang) dengan tim lainnya. Untuk setiap pertandingan, tim yang

menang memperoleh 3 poin, tim yang seri memperoleh 1 poin, sedangkan tim yang kalah tidak memperoleh poin sama sekali. Dengan aturan demikian, perlu dicari informasi mengenai kemungkinan terbaik tentang jumlah kemenangan minimum (seri dianggap sebagai 1/3 kemenangan) suatu tim agar dapat memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Sebanyak 20 tim di Liga Inggris harus bersaing agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Untuk memperoleh kesempatan ini tentu saja tidak mudah karena tim-tim tersebut harus melakukan pertandingan sebanyak 38 kali dalam semusim (sistem kompetisi penuh). Asumsikan bahwa empat peringkat teratas pada Liga Inggris tidak ada yang menjadi juara bertahan pada *UEFA Champion League* musim kompetisi tahun sebelumnya (menurut aturan *UEFA Champion League*, juara bertahan musim kompetisi tahun sebelumnya, langsung masuk *group stage* tanpa memperhatikan peringkat di Liga Inggris).

Tabel 2 menunjukkan banyaknya kemenangan yang diperoleh tim peringkat 4 dan 5 pada akhir kompetisi untuk musim kompetisi 2001-2010 (1 kali seri dihitung 1/3 kali menang).

**Tabel 2 Banyaknya kemenangan yang diperoleh tim peringkat 4 dan 5 pada akhir kompetisi Liga Inggris (2001-2010)**

Peringkat	Tahun									
	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
4	23 2/3	22 1/3	20	20 1/3	22 1/3	22 2/3	25 1/3	24	23 1/3	22 2/3
5	22	21 1/3	18 2/3	19 1/3	21 2/3	20	21 2/3	21	22 1/3	20 2/3

Dari [2], kami memperoleh teorema sebagai berikut.

### **Teorema 2.2.1**

Jika babak penyisihan menggunakan sistem kompetisi penuh, maka

1. Setiap tim dengan banyaknya kemenangan lebih dari atau sama dengan  $34\frac{1}{3}$  (total poin 103) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*
2. Tidak ada tim dengan banyaknya kemenangan kurang dari  $10\frac{2}{3}$  (total poin 32) akan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*

### **Bukti:**

Dengan teknik perhitungan, total seluruh pertandingan dari 15 tim terbawah (kandang dan tandang) adalah  $2 \times \binom{15}{2} = 210$  pertandingan (antar 15 tim tersebut). Jadi maksimum ada 210 kemenangan. Karena total seluruh pertandingan ada 380 ( $20 \times 19$ ) pertandingan, maka 5 tim teratas dapat memenangkan paling banyak 170 ( $380 - 210$ ) pertandingan diantara semua tim. Jadi setiap tim yang menang lebih dari 34 ( $170/5$ ) pertandingan akan berada pada posisi 4 besar dan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*.

Sekarang misalkan dari 20 tim terdiri dari 3 tim teratas dan 17 tim terbawah. Dari 17 tim terbawah, ada 272 ( $17 \times 16$ ) pertandingan antar 17 tim terbawah. Terdapat 108 ( $380 - 272$ ) pertandingan yang dimenangkan oleh 3 tim teratas (masing-masing 36 kali). Tiga tim teratas hanya kalah 2 kali dari masing-masing tim yang berada di 3 peringkat atas (tidak mungkin kalah dengan 17 tim terbawah, karena yang diinginkan adalah batas bawah maksimum agar suatu tim tidak lolos. Jika kalah dari salah satu 17 tim terbawah, misalkan tim X, maka tim X akan lolos karena memperoleh 34 poin, 31 poin hasil seri ditambah 3 poin hasil menang. Sedangkan 16 tim lainnya masing-masing memperoleh poin 32, hasil seri semuanya. Namun, 32 poin ini bukan batas

bawah agar tim dijamin tidak lolos, karena bisa saja terjadi 17 tim tersebut semuanya seri, yang berarti memperoleh 32 poin, dan ada yang lolos). Karena 17 tim masing-masing kalah 2 kali dari 3 tim teratas, maka masing-masing 17 tim itu kalah 6 kali. Total pertandingan ada 38, jadi sisa pertandingan untuk 17 tim tersebut adalah 32. Batas bawah maksimum agar tim dijamin tidak lolos adalah ketika tim memperoleh kemenangan kurang dari  $10\frac{2}{3}$  (32/3).

Dari [3], kami memperoleh fakta sebagai berikut.

**Tabel 3 Tim-tim yang pernah menjadi peringkat 1 di Liga Inggris**

Musim Kompetisi	Tim	Menang	Seri	Kalah	Poin
1992/1993	Manchester United	24	12	6	84
1993/1994	Manchester United	27	11	4	92
1994/1995	Blackburn Rovers	27	8	7	89
1995/1996	Manchester United	25	7	6	82
1996/1997	Manchester United	21	12	5	75
1997/1998	Arsenal	23	9	6	78
1998/1999	Manchester United	22	13	3	79
1999/2000	Manchester United	28	7	3	91
2000/2001	Manchester United	24	8	6	80
2001/2002	Arsenal	26	9	3	87
2002/2003	Manchester United	25	8	5	83
2003/2004	Arsenal	26	12	0	90
2004/2005	Chelsea	29	8	1	95
2005/2006	Chelsea	29	4	5	91
2006/2007	Manchester United	28	5	5	89
2007/2008	Manchester United	27	6	5	87
2008/2009	Manchester United	28	6	4	90
2009/2010	Chelsea	27	5	6	86
2010/2011	Manchester United	23	11	4	80

Dari 19 musim kompetisi, tak ada satu pun tim yang pernah mencapai 100 poin. Poin tertinggi yang pernah diraih adalah 95, oleh Chelsea pada musim kompetisi 2004/2005. Bahkan Liverpool pernah hanya memperoleh poin 60 saja pada musim

kompetisi 2003/2004 dan memperoleh kesempatan untuk berlaga di *UEFA Champion League*, seperti yang diperlihatkan pada tabel berikut.

**Tabel 4 Tim-tim yang pernah menjadi peringkat 4 di Liga Inggris**

Musim Kompetisi	Tim	Menang	Seri	Kalah	Poin
1992/1993	Blackburn Rovers	20	11	11	71
1993/1994	Arsenal	18	17	7	71
1994/1995	Liverpool	21	11	10	74
1995/1996	Aston Villa	18	9	11	63
1996/1997	Liverpool	19	11	8	68
1997/1998	Chelsea	20	3	15	63
1998/1999	Leeds United	18	13	7	67
1999/2000	Liverpool	19	10	9	67
2000/2001	Leeds United	20	8	10	68
2001/2002	Newcastle United	21	8	9	71
2002/2003	Chelsea	19	10	9	67
2003/2004	Liverpool	16	12	10	60
2004/2005	Everton	18	7	13	61
2005/2006	Arsenal	20	7	11	67
2006/2007	Arsenal	19	11	8	68
2007/2008	Liverpool	21	13	4	76
2008/2009	Arsenal	20	12	6	72
2009/2010	Tottenham Hotspur	21	7	10	70
2010/2011	Arsenal	19	11	8	68

Dari fakta ini, suatu tim tidaklah perlu untuk ‘mengejar’ hingga 103 poin agar dapat memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*. Oleh karena itu, pada penelitian kali ini, kami akan mencari peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 (syarat agar suatu tim memperoleh kesempatan berlaga di *UEFA Champion League*) setiap kali tim tersebut telah melakukan satu pertandingan pada suatu musim kompetisi. Dengan hasil ini, suatu tim dapat melihat apakah masih dapat berpeluang memperoleh peringkat 1 sampai 4 atau tidak.

## BAB 3

### METODE PENELITIAN

Misalkan ada 4 tim dalam suatu turnamen, namakanlah A, B, C, dan D. Kompetisi yang digunakan adalah kompetisi penuh. Hasil pertandingan dinyatakan dalam suatu matriks berukuran 4 x 4. Baris menyatakan pertandingan berlangsung di kandang sendiri (*home*), sedangkan kolom menyatakan pertandingan berlangsung di kandang lawan (*away*). Sebagai contoh:

1. Baris 1, kolom 3 berisi angka 3.  
Artinya: tim A sebagai tuan rumah sedangkan tim C sebagai tamu. Pertandingan dimenangkan oleh tim A (jadi tim C kalah).
2. Baris 3, kolom 2 berisi angka 0.  
Artinya: tim C sebagai tuan rumah sedangkan tim B sebagai tamu. Pertandingan dimenangkan oleh tim B (jadi tim C kalah).
3. Baris 4, kolom 1 berisi angka 1.  
Artinya: tim D sebagai tuan rumah sedangkan tim A sebagai tamu. Pertandingan berakhir seri untuk kedua tim.

Misalkan masing-masing tim telah bertanding sebanyak 5 kali dengan matriks pertandingan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} * & 0 & 1 & 3 \\ 1 & * & 3 & 3 \\ 1 & \& * & 1 \\ \# & 3 & 0 & * \end{pmatrix}$$

Tanda &, # berarti sisa pertandingan, sedangkan tanda \* tidak ada pertandingan karena tidak mungkin suatu tim bertanding dengan tim itu sendiri. Dari matriks tersebut, klasemen sementara dari 4 tim adalah

Tim	Poin
A	6
B	10
C	6
D	4

Karena sisa pertandingan ada 2 dan masing-masing pertandingan ada 3 kemungkinan (yaitu menang, seri, dan kalah), maka total ada  $3^2$  kemungkinan (skenario) dari 4 tim tersebut, yaitu

1.  $\& = \# = 0$ .

Artinya: untuk  $\&$ , tim C kalah dan tim B menang sedangkan untuk  $\#$ , tim D kalah dan tim A menang. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	9
B	13
C	6
D	4

2.  $\& = 1, \# = 0$ .

Artinya: untuk  $\&$ , tim C dan tim B seri sedangkan untuk  $\#$ , tim D kalah dan tim A menang. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	9
B	11
C	7
D	4

3.  $& = 3, \# = 0$ .

Artinya: untuk  $&$ , tim C menang dan tim B kalah sedangkan untuk  $\#$ , tim D kalah dan tim A menang. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	9
B	10
C	9
D	4

4.  $& = 0, \# = 1$ .

Artinya: untuk  $&$ , tim C kalah dan tim B menang sedangkan untuk  $\#$ , tim D dan tim A seri. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	7
B	13
C	6
D	5

5.  $& = 0, \# = 3$ .

Artinya: untuk  $&$ , tim C kalah dan tim B menang sedangkan untuk  $\#$ , tim D menang dan tim A kalah. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	6
B	13
C	6
D	7

6. & = 1, # = 1.

Artinya: untuk &, tim C dan tim B seri sedangkan untuk #, tim D dan tim A seri. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	7
B	11
C	7
D	5

7. & = 3, # = 1.

Artinya: untuk &, tim C menang dan tim B kalah sedangkan untuk #, tim D dan tim A seri. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	7
B	10
C	9
D	5

8. & = 1, # = 3.

Artinya: untuk &, tim C dan tim B seri sedangkan untuk #, tim D menang dan tim A kalah. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	6
B	11
C	7
D	7

9.  $\& = 3, \# = 3$ .

Artinya: untuk  $\&$ , tim C menang dan tim B kalah sedangkan untuk  $\#$ , tim D menang dan tim A kalah. Klasemen akhir menjadi

Tim	Poin
A	6
B	10
C	9
D	7

Berikutnya misalkan ingin dicari peluang masing-masing tim agar dapat masuk 2 besar. Bila ada dua tim yang memperoleh poin yang sama, asumsikan tim yang berada di atas memiliki ranking yang lebih tinggi. Sebagai contoh, pada skenario 8, tim C dan D sama-sama mengumpulkan poin 7. Namun, karena letak tim C lebih atas, maka tim C yang masuk ranking 2. Dari 9 skenario yang dihasilkan (perhatikan baris yang diwarnai biru), diperoleh peluang masing-masing tim agar dapat masuk 2 besar, yaitu:

Tim	Peluang
A	5/9
B	9/9 = 1
C	3/9
D	1/9

Dari tabel di atas tampak bahwa tim B pasti masuk 2 besar, sedangkan tim A memiliki peluang terbesar untuk masuk 2 besar dibandingkan tim C dan tim D.

Ilustrasi ini hanya terdiri dari 4 tim dan menyisakan dua pertandingan sehingga cukup mudah untuk mencari semua kemungkinan skenario hingga turnamen selesai. Namun tidak demikian dengan Liga Inggris yang terdiri dari 20 tim. Jika sisa

pertandingan tinggal 20 saja, maka akan ada  $3^{20} = 3\,486\,784\,401$  skenario yang perlu dicari. Apalagi bila liga baru berlangsung, tentu saja kemungkinan skenario akan banyak sekali. Hal ini tentu saja tidak efisien dan membutuhkan waktu yang lama dalam menjalankan program pencarian semua skenario yang mungkin.

Untuk itu, pada penelitian kali ini, kami menggunakan pendekatan simulasi yang berdasarkan teorema Borel. Setiap tim diasumsikan memiliki peluang menang, seri, dan kalah yang sama. Berikut ini adalah langkah-langkah untuk melakukan simulasi.

1. Input: matriks pertandingan seperti yang diberikan pada ilustrasi sebelumnya. Matriks ini berupa hasil pertandingan dari tim-tim yang ada. Input lainnya adalah banyaknya simulasi ( $M$ ), banyaknya tim yang akan diambil untuk babak berikutnya ( $N$ ) dan asumsikan peluang untuk menang, seri, dan kalah bagi masing-masing tim adalah  $1/3$ .
2. Bangkitkan bilangan acak yang hanya terdiri dari 3 kemungkinan, yaitu 0, 1, dan 2 yang masing-masing menyatakan nilai yang diperoleh sebuah tim apabila kalah, seri, dan menang. Masing-masing nilai ini mempunyai peluang yang sama, yaitu  $1/3$ .
3. Hitung masing-masing poin yang telah diperoleh tim.
4. Buat klasemen sementara dari semua tim yang ada dalam liga. Hal ini berarti tim-tim diurutkan berdasarkan total poin yang telah diperoleh selama liga bergulir.
5. Lakukan pengulangan langkah 2 – 4 sebanyak  $M$  kali.
6. Untuk simulasi sebanyak  $M$  kali, hitung banyaknya suatu tim masuk  $N$  besar (dalam Liga Inggris,  $N = 4$ ), sebutlah  $R_i$  dengan  $i = 1, 2, \dots, 20$  (karena pada Liga Inggris ada 20 tim).
7. Hitung peluang untuk masuk  $N$  besar bagi masing-masing tim dengan rumus:  $R_i / M$ .

## BAB 4

### JADWAL PELAKSANAAN

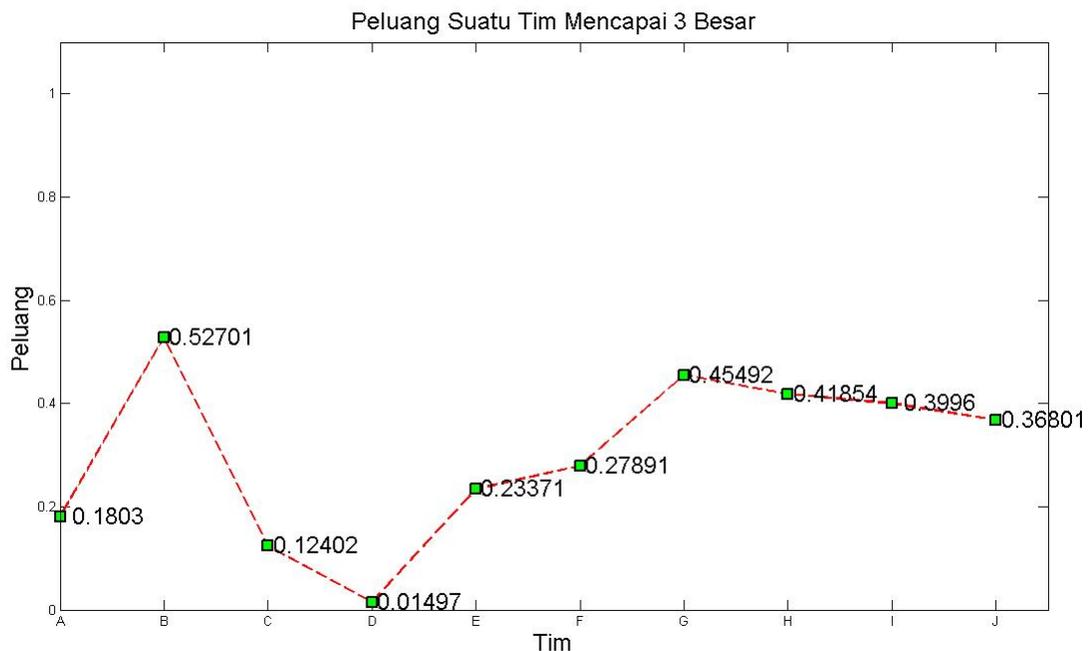
#### Jadwal Pelaksanaan

KEGIATAN	BULAN																							
	1				2				3				4				5				6			
	MINGGU				MINGGU				MINGGU				MINGGU				MINGGU				MINGGU			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Diskusi Tinjauan Pustaka	■	■	■	■																				
Penyusunan Metode Penelitian					■	■	■	■																
Pembuatan Program									■	■	■	■	■	■	■	■								
Analisis Hasil dan Pembahasan													■	■	■	■	■	■	■	■				
Penyusunan Laporan Penelitian																	■	■	■	■	■	■	■	■

## BAB 5

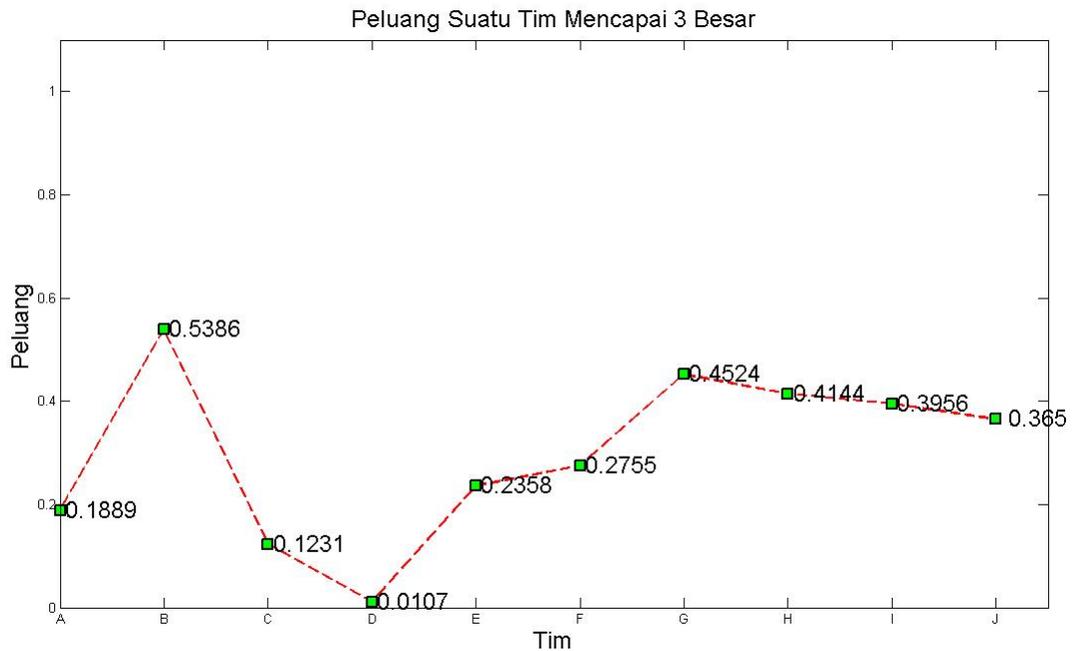
### HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini diberikan dua buah grafik yang menggambarkan perbandingan mengenai peluang suatu tim mencapai 3 besar apabila turnamen terdiri dari 10 tim. Sisa pertandingan ada 14 dengan total  $3^{14} = 4\,782\,969$  skenario dari 10 tim itu. Grafik pertama, peluang diperoleh dengan cara mencari semua kemungkinan skenario hingga turnamen berakhir. Sedangkan grafik kedua, peluang diperoleh dengan cara simulasi yang langkah-langkahnya telah dijelaskan sebelumnya. Banyaknya simulasi adalah satu juta kali.



**Gambar 2** Peluang dihitung dengan cara mencari semua kemungkinan skenario yang ada hingga turnamen berakhir

Dari Gambar 2 dan Gambar 3, tampak bahwa perbedaan hasil yang diperoleh tidaklah signifikan. Tim B memiliki peluang terbesar untuk masuk dalam 3 besar hingga turnamen berakhir, sedangkan peluang tim D untuk masuk dalam 3 besar merupakan yang terkecil dibandingkan dengan tim-tim lainnya. Dari hasil ini, untuk selanjutnya kami gunakan simulasi sebanyak 1 juta kali dalam menentukan peluang suatu tim pada Liga Inggris agar dapat masuk dalam 4 besar (sebagai syarat untuk memperoleh kesempatan berlaga di Liga Champion UEFA). Selain menentukan peluang tim-tim yang akan masuk 4 besar, kami juga menentukan peluang tim-tim yang akan terkena degradasi. Pada Liga Inggris, banyaknya tim yang akan terdegradasi pada musim kompetisi 2011/2012 ada sebanyak 3 tim. Untuk menentukan peluang-peluang ini, kami menggunakan metode yang sama, yaitu dengan cara simulasi.



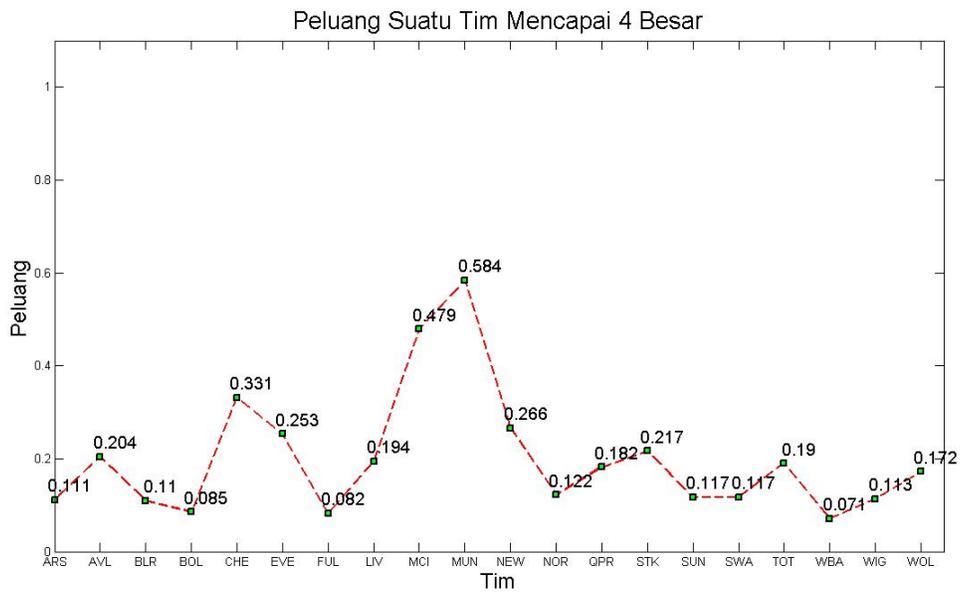
**Gambar 3** Peluang dihitung dengan cara simulasi sebanyak 1 juta kali

Berikut ini, kami menyajikan delapan gambar berturut-turut yang menggambarkan perkembangan dari peluang tim-tim di Liga Inggris. Perkembangan ini kami lakukan setiap sekitar satu bulan sekali sejak liga ini bergulir hingga tanggal 30 April 2012. Data diambil dari [4]. Rata-rata waktu untuk memperoleh sebuah gambar adalah 394 detik. Nama-nama tim dalam gambar, kami singkat sebagai berikut.

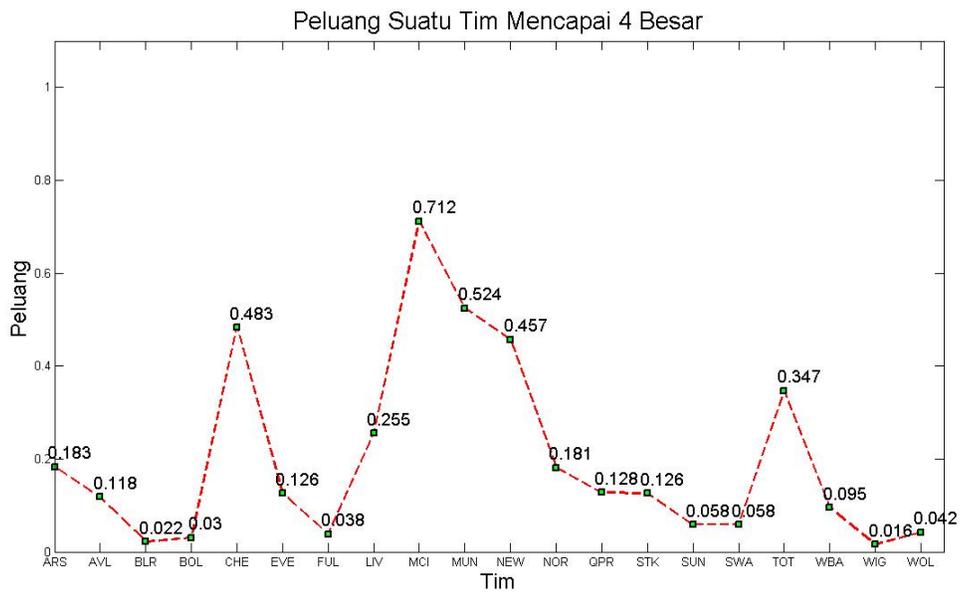
**Tabel 5 Tim-tim yang berlaga di Liga Inggris 2011/2012**

Singkatan Nama Tim Pada Gambar	Nama Lengkap Tim
ARS	Arsenal
AVL	Aston Villa
BLR	Blackburn Rovers
BOL	Bolton Wanderers
CHE	Chelsea
EVE	Everton
FUL	Fulham
LIV	Liverpool
MCI	Manchester City
MUN	Manchester United
NEW	Newcastle United
NOR	Norwich City
QPR	Queens Park Rangers
STK	Stoke City
SUN	Sunderland
SWA	Swansea City
TOT	Tottenham Hotspur

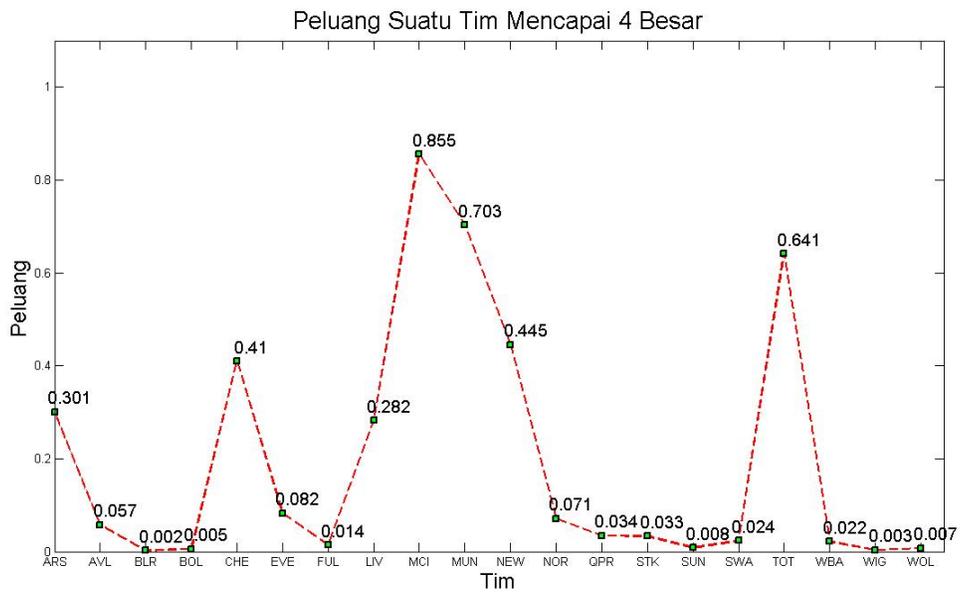
WBA	West Bromwich Albion
WIG	Wigan Athletic
WOL	Wolverhampton Wanderers



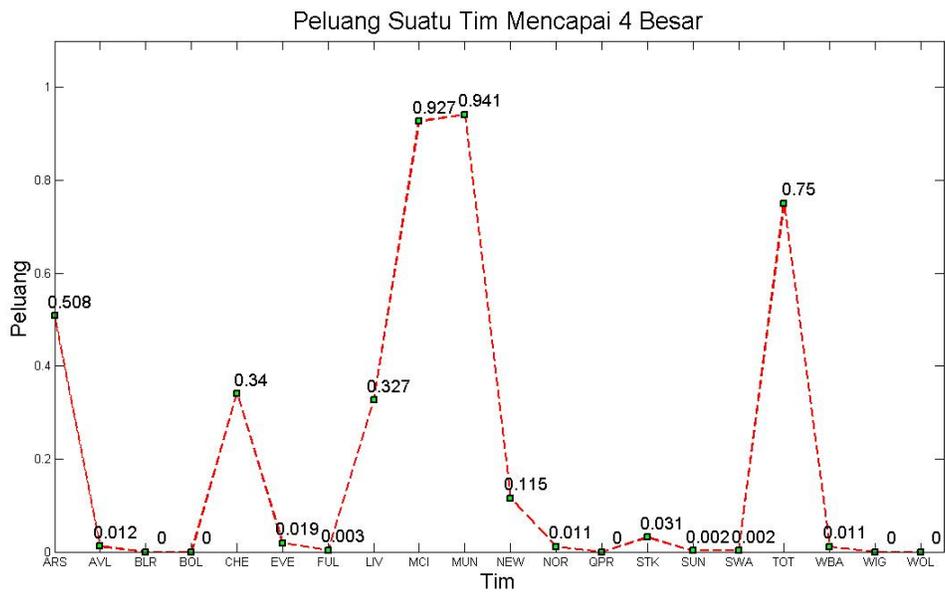
**Gambar 4** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 24 September 2011



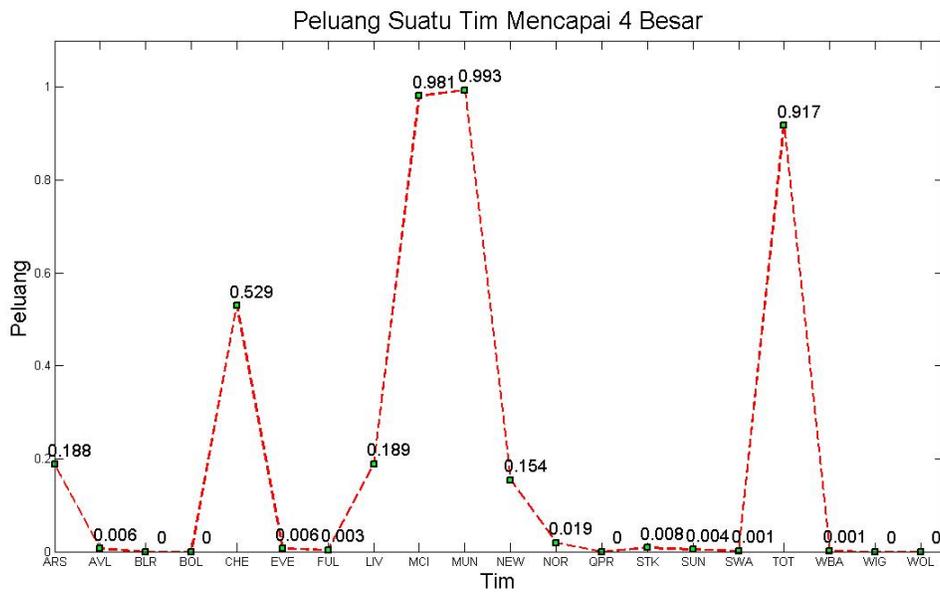
**Gambar 5** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 23 Oktober 2011



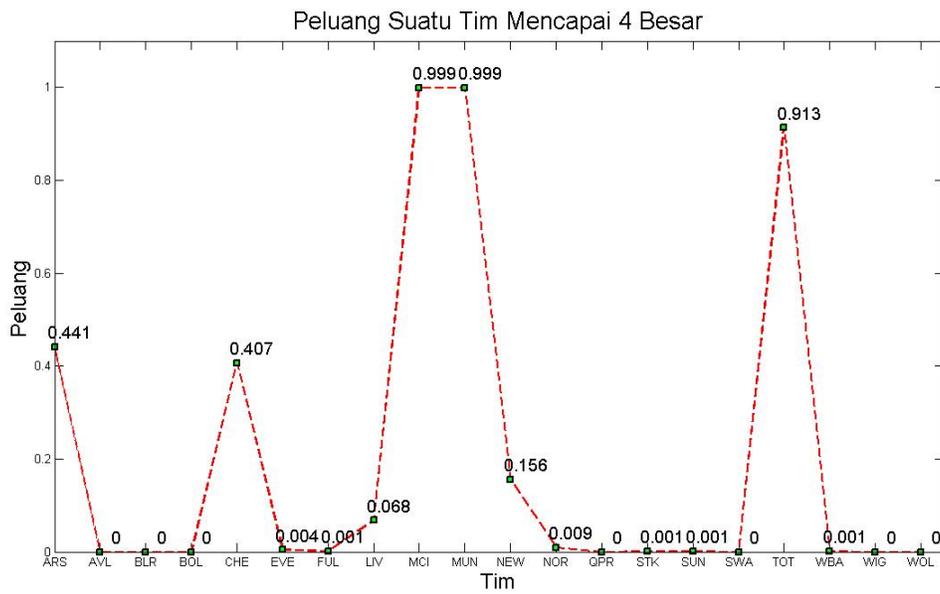
**Gambar 6** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 27 Nopember 2011



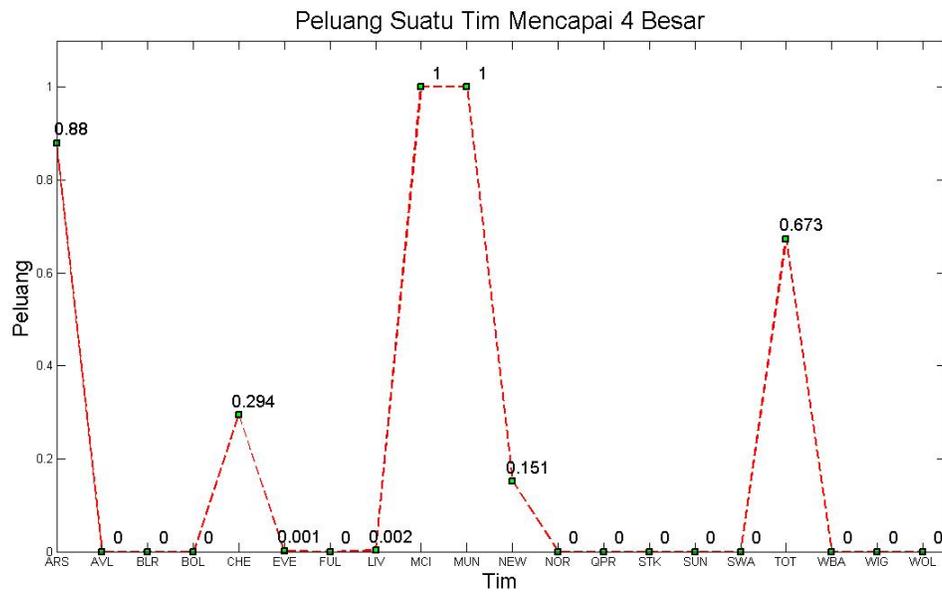
**Gambar 7** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Desember 2011



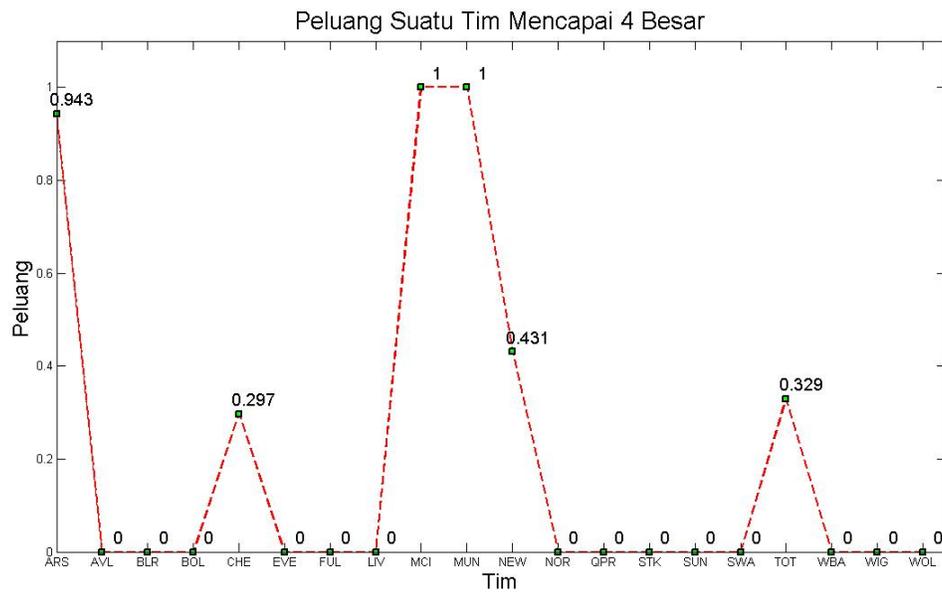
Gambar 8 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Januari 2012



Gambar 9 Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 26 Februari 2012



**Gambar 10** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 31 Maret 2012

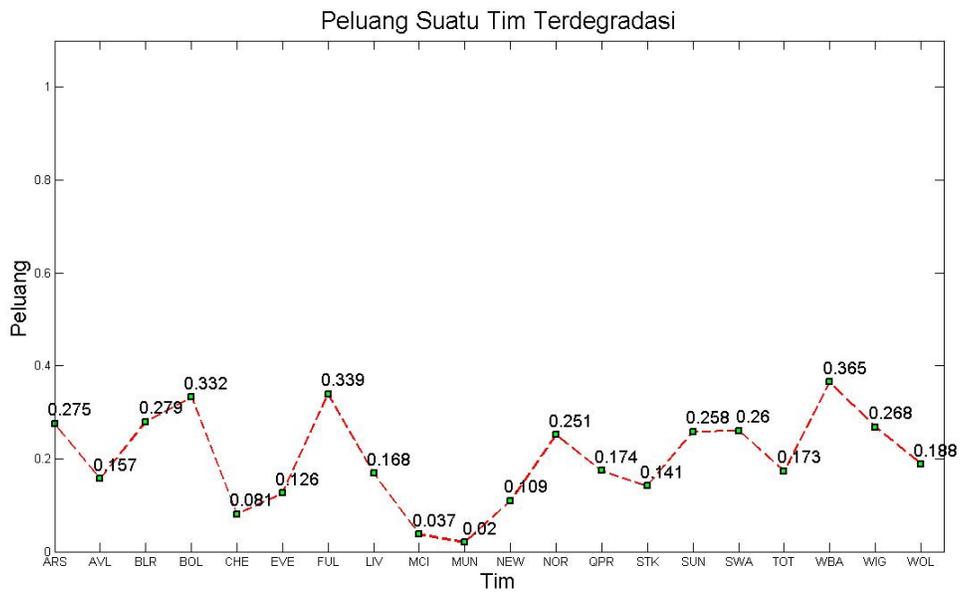


**Gambar 11** Peluang suatu tim mencapai 4 besar dengan menggunakan data hingga 30 April 2012

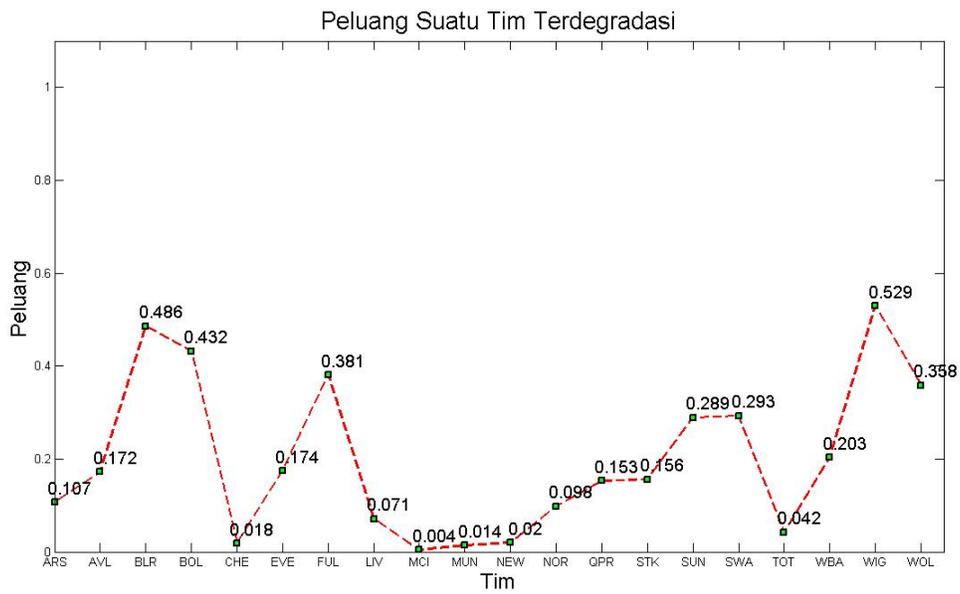
Dari kedelapan gambar tampak bahwa Manchester City dan Manchester United merupakan dua tim di Liga Inggris yang paling konsisten dalam hal memperoleh peluang masuk ke 4 besar. Bahkan untuk data hingga 31 Januari 2012, kedua tim tersebut telah memiliki peluang hampir 1 untuk masuk 4 besar dalam Liga Inggris. Ketika kompetisi telah berjalan sekitar setengahnya (yaitu hingga 31 Desember 2011), hanya ada 6 tim yang mempunyai peluang cukup besar (di atas 0.3) untuk masuk 4 besar, yaitu Arsenal, Chelsea, Liverpool, Manchester City, Manchester United, dan Tottenham Hotspur.

Namun, berdasarkan simulasi dengan menggunakan data hingga 31 Maret 2012, tampak Liverpool sudah tidak berpeluang lagi untuk masuk dalam 4 besar karena peluangnya yang hampir nol. Tim ini digantikan oleh Newcastle United yang memiliki peluang sebesar 0.151. Berdasarkan data yang digunakan hingga 30 April 2012 (menjelang usainya Liga Inggris), tampak bahwa Manchester City dan Manchester United sudah memastikan untuk menjadi dua tim yang masuk dalam 4 besar. Hingga 30 April 2012 ini, memang poin kedua tim ini sudah tak mungkin dikejar lagi oleh tim-tim terdekatnya seperti Arsenal, Tottenham Hotspur, dan Newcastle United. Arsenal pun tampak hampir pasti untuk masuk 4 besar. Chelsea, Newcastle United, dan Tottenham Hotspur tampaknya harus bersaing ketat untuk masuk 4 besar dan memperoleh kesempatan berlaga di Liga Champion UEFA.

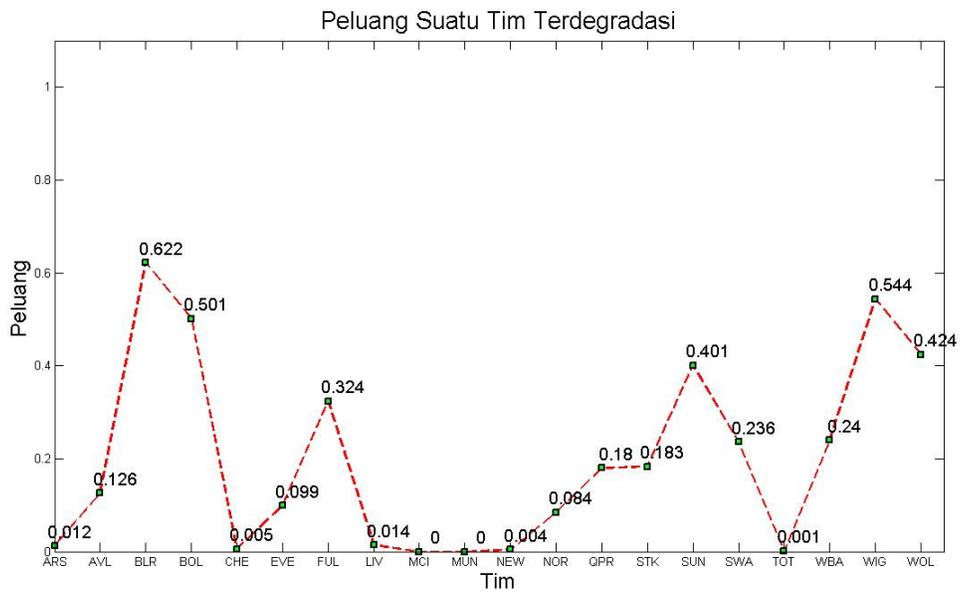
Berikutnya, kami akan sajikan delapan gambar lagi untuk melihat perkembangan tim-tim di Liga Inggris yang menjadi calon terdegradasi. Banyaknya tim yang terdegradasi dalam liga ini adalah 3 tim. Perkembangan yang kami lakukan sama seperti sebelumnya, yaitu sejak liga bergulir hingga 30 April 2012. Data diambil dari [4]. Rata-rata waktu untuk memperoleh sebuah gambar adalah 401 detik.



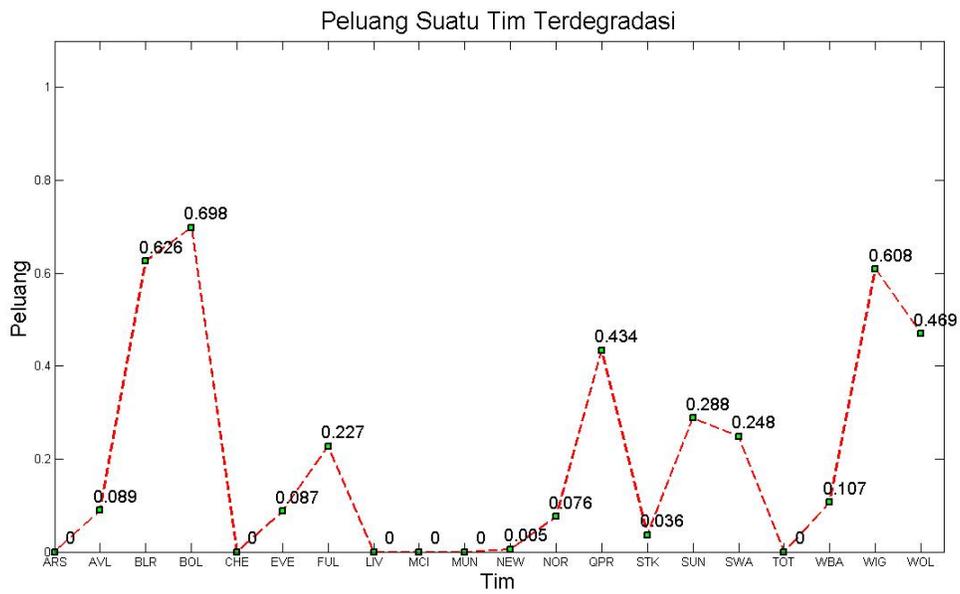
Gambar 12 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 24 September 2011



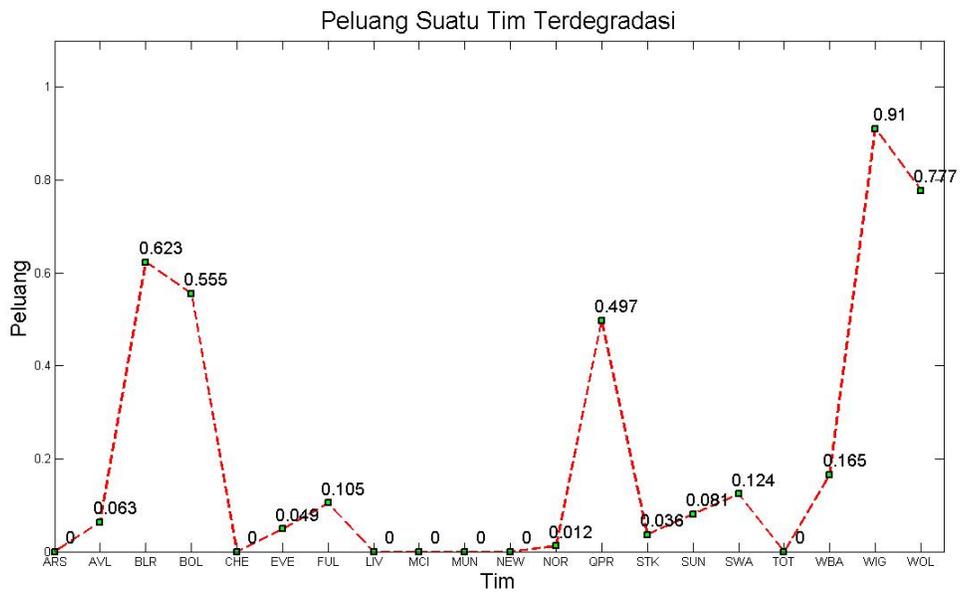
Gambar 13 Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 23 Oktober 2011



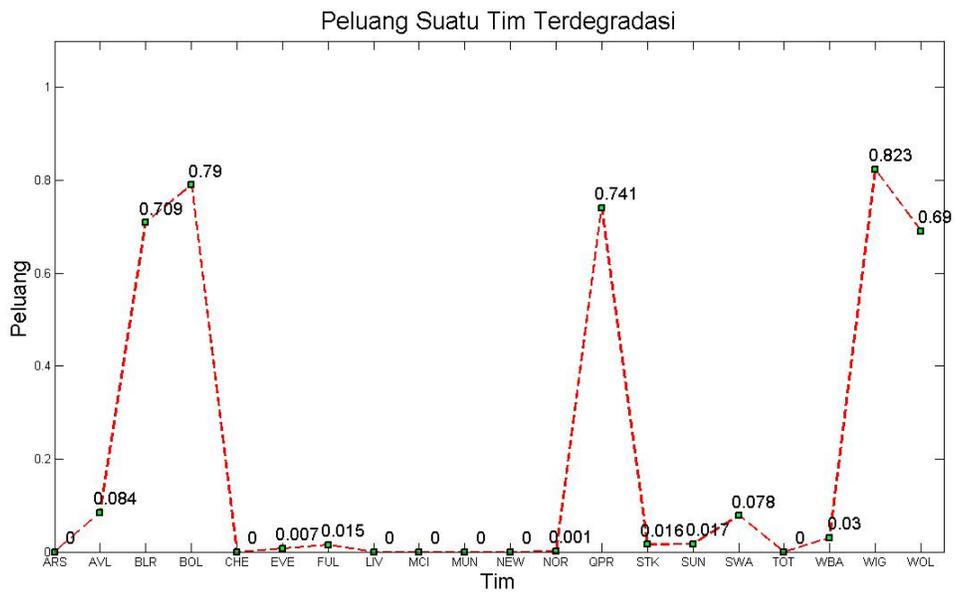
**Gambar 14** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 27 Nopember 2011



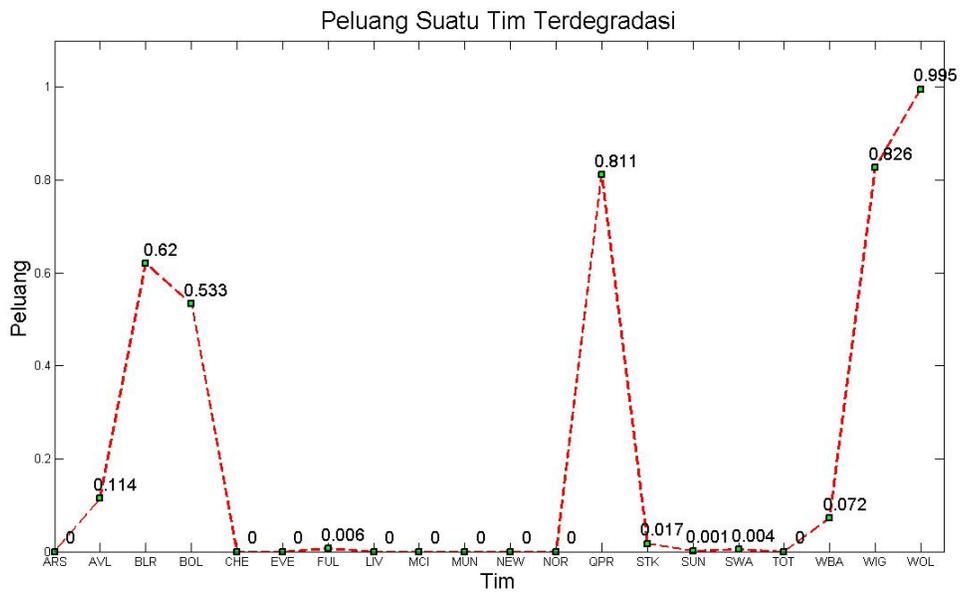
**Gambar 15** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Desember 2011



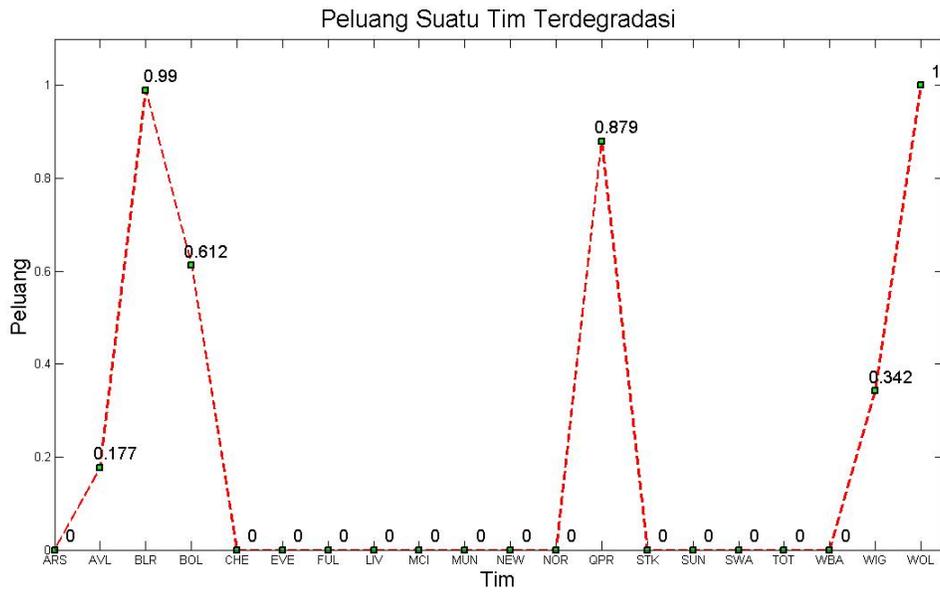
**Gambar 16** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Januari 2012



**Gambar 17** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 26 Februari 2012



**Gambar 18** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 31 Maret 2012



**Gambar 19** Peluang suatu tim terdegradasi dengan menggunakan data hingga 30 April 2012

Pada Gambar 15 (kompetisi sudah berjalan sekitar setengahnya), tampak bahwa ada 5 tim dengan peluang terbesar ( $> 0.4$ ) untuk terdegradasi, yaitu Blackburn Rovers, Bolton Wanderers, Queens Park Rangers, Wigan Athletic, dan Wolverhampton Wanderers. Hingga Gambar 19 (kompetisi telah hampir usai), lima tim dengan peluang terbesar terdegradasi tampak tidak berubah. Bahkan Blackburn Rovers dan Wolverhampton Wanderers sudah dipastikan menjadi dua tim yang akan terdegradasi pada Liga Inggris musim kompetisi 2011/2012. Memang hingga laporan ini dibuat, tim ini berada pada ranking 2 terbawah dalam klasemen sementara Liga Inggris dan tidak mungkin naik ke peringkat 16 dengan sisa pertandingan yang ada (yaitu satu pertandingan). Bolton Wanderers dan Queens Park Rangers harus berjuang keras agar tidak mengikuti 'jejak' Blackburn Rovers dan Wolverhampton Wanderers. Aston Villa dan Wigan Athletic pun tidak boleh lengah karena masih memungkinkan untuk menjadi salah satu tim yang terdegradasi.

## **BAB 6**

### **KESIMPULAN DAN SARAN**

#### **6.1 KESIMPULAN**

Dari simulasi skenario berdasarkan teorema Borel yang telah kami lakukan, kami mendapatkan kesimpulan dari pertanyaan penelitian kami, yaitu

1. Untuk banyaknya simulasi yang cukup besar, peluang yang dihasilkan dengan menggunakan cara simulasi menunjukkan suatu prediksi yang baik, tidak berbeda secara signifikan dengan peluang yang diperoleh dengan cara mencari semua kemungkinan skenario hingga turnamen berakhir.
2. Dari hasil simulasi untuk peluang suatu tim agar dapat memperoleh peringkat 1 sampai 4 di Liga Inggris musim kompetisi 2011/2012, hingga 30 April 2012 dipastikan tiga tim (Manchester City, Manchester United, dan Arsenal) masuk 4 besar, sedangkan satu tim lagi masih bersaing antara Chelsea, Newcastle United, dan Tottenham Hotspur.
3. Dari hasil simulasi untuk peluang suatu tim terdegradasi di Liga Inggris musim kompetisi 2011/2012, hingga 30 April 2012 dipastikan dua tim (Blackburn Rovers dan Wolverhampton Wanderers) terdegradasi, sedangkan satu tim lagi masih ditentukan hingga klasemen akhir.

#### **6.2 SARAN**

Beberapa pembahasan lain yang bisa dikembangkan dari topik penelitian ini, seperti

1. Perumusan simulasi skenario tentang peluang suatu tim untuk mencapai peringkat tertentu dalam suatu turnamen jika ada  $n$  tim dalam suatu turnamen dengan  $k$  tim yang lolos/tidak lolos (degradasi) ke turnamen selanjutnya, dengan memperhatikan efisiensi program.

- 
2. Melakukan simulasi dengan teknik yang lain untuk menentukan peluang suatu tim mencapai peringkat tertentu dalam suatu turnamen.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Abhijit Dasgupta (2010). Mathematical Foundations of Randomness. *Handbook of the Philosophy of Science*, Volume 7: Philosophy of Statistics, Elsevier.
- [2] Benny Yong, Liem Chin (2011). *Strategi Terbaik Suatu Tim Untuk Mencapai Peringkat Tertentu Dalam Suatu Turnamen*, LPPM Universitas Katolik Parahyangan.
- [3] [http://id.wikipedia.org/wiki/Liga\\_Champions\\_UEFA](http://id.wikipedia.org/wiki/Liga_Champions_UEFA), diakses 1 Desember 2011
- [4] <http://www.premierleague.com/en-gb/matchday/league-table.html/>, diakses 30 April 2012

## LAMPIRAN PROGRAM A

```
% Program Mencari Peluang Suatu Tim Masuk N besar
clear; clc;
fileName = 'matriks_pertandingan2.xlsx';
A = xlsread(fileName);
N = input('Banyaknya tim yang akan diambil untuk babak berikutnya: ');
sim = input('Banyaknya simulasi: ');
tic;
[barisA, kolomA] = size(A);
[baris2, kolom2] = find(A==2);
panjang2 = length(baris2);
ranking = zeros(barisA, 1);
nama_tim = 1:1:barisA;
total_poin = zeros(barisA,1);
urutan = 1:1:barisA;
p = 1/3; % peluang menang, seri, dan kalah

for i = 1: sim
    if rem(i, 100000) == 0
        i
    end
    vek_pa = randsrc(panjang2,1,[0 1 3; p p p]);
    for j = 1: panjang2
        A(baris2(j),kolom2(j)) = vek_pa(j);
    end

    for j = 1:barisA
        total_poin(j,1) = (length(find(A(j,:)==3)) +
length(find(A(:,j)==0)))*3 +...
            (length(find(A(j,:)==1)) +
length(find(A(:,j)==1)))*1;
    end

    klasemen_temp = [nama_tim' total_poin];
    klasemen_temp = sortrows(klasemen_temp, [-2 1]);
    klasemen = [urutan' klasemen_temp];

    ranking(klasemen(1:N, 2)) = ranking(klasemen(1:N, 2)) + 1;
end

format short, peluang = ranking./sim;
peluang = peluang*1000;
peluang = round(peluang);
peluang = peluang/1000;
plot(nama_tim, peluang, '--rs', 'LineWidth',2,...
    'MarkerEdgeColor','k',...
    'MarkerFaceColor','g',...
    'MarkerSize',5)
```

```

text(nama_tim-0.15, peluang+0.03, num2str(peluang), 'FontSize',14)
xlim([1 barisA+0.5]); ylim([0 1.1]);
set(gca,'XTick',[1:barisA]);
nama_tim = {'ARS', 'AVL', 'BLR', 'BOL', 'CHE', 'EVE', 'FUL', 'LIV',
'MCI', 'MUN',...
           'NEW', 'NOR', 'QPR', 'STK', 'SUN', 'SWA', 'TOT', 'WBA',
'WIG', 'WOL'};
set(gca,'XTickLabel',nama_tim)
title(['Peluang Suatu Tim Mencapai ', num2str(N) , ' Besar'],
'FontSize', 20);
xlabel('Tim','FontSize',18); ylabel('Peluang','FontSize',18);
toc

```

## LAMPIRAN PROGRAM B

```
% Program Mencari Peluang Suatu Tim Terdegradasi
clear; clc;
fileName = 'matriks_pertandingan2.xlsx';
A = xlsread(fileName);
Ndeg = input('Banyaknya calon tim yang terdegradasi: ');
sim = input('Banyaknya simulasi: ');
tic;
[barisA, kolomA] = size(A);
[baris2, kolom2] = find(A==2);
%N = barisA-Ndeg;
panjang2 = length(baris2);
ranking = zeros(barisA, 1);
nama_tim = 1:1:barisA;
total_poin = zeros(barisA,1);
urutan = 1:1:barisA;
p = 1/3; % peluang menang, seri, dan kalah

for i = 1: sim
    if rem(i, 100000) == 0
        i
    end
    vek_pa = randsrc(panjang2,1,[0 1 3; p p p]);
    for j = 1: panjang2
        A(baris2(j),kolom2(j)) = vek_pa(j);
    end

    for j = 1:barisA
        total_poin(j,1) = (length(find(A(j,:)==3)) +
length(find(A(:,j)==0)))*3 +...
        (length(find(A(j,:)==1)) +
length(find(A(:,j)==1)))*1;
    end

    klasemen_temp = [nama_tim' total_poin];
    klasemen_temp = sortrows(klasemen_temp, [-2 1]);
    klasemen = [urutan' klasemen_temp];

    ranking(klasemen(barisA-Ndeg:barisA, 2)) =
ranking(klasemen(barisA-Ndeg:barisA, 2)) + 1;
end

format short, peluang = ranking./sim;
peluang = peluang*1000;
peluang = round(peluang);
peluang = peluang/1000;
plot(nama_tim, peluang, '--rs', 'LineWidth',2,...
     'MarkerEdgeColor','k',...
     'MarkerFaceColor','g',...

```

```

                                'MarkerSize',5)
text(nama_tim-0.15, peluang+0.03, num2str(peluang), 'FontSize',14)
xlim([1 barisA+0.5]); ylim([0 1.1]);
set(gca,'XTick',[1:barisA]);
nama_tim = {'ARS', 'AVL', 'BLR', 'BOL', 'CHE', 'EVE', 'FUL', 'LIV',
'MCI', 'MUN',...
            'NEW', 'NOR', 'QPR', 'STK', 'SUN', 'SWA', 'TOT', 'WBA',
'WIG', 'WOL'};
set(gca,'XTickLabel',nama_tim)
title(['Peluang Suatu Tim Terdegradasi'], 'FontSize', 20);
xlabel('Tim','FontSize',18); ylabel('Peluang','FontSize',18);
toc

```