

**ANALISIS METODE OPTIMASI NONLINEAR UNTUK
PERENCANAAN RANTAI PASOK YANG BERBENTUK
UMUM**



**Disusun Oleh:
Dr. Carles Sitompul
Dr. Johanna Hariandja**

**Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat
Universitas Katolik Prahayangan
2012**

Abstrak

Salah satu permasalahan strategis yang dihadapi seorang manajer rantai pasok adalah keputusan untuk menempatkan persediaan pengaman. Tujuan utamanya adalah memenuhi permintaan konsumen dengan jumlah dan waktu yang tepat meskipun terjadi ketidakpastian pada parameter permintaan. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dengan ketidakpastian ini adalah metode optimasi tangguh dengan berbasis skenario. Sayangnya metode ini membutuhkan skenario yang cukup banyak yang mengakibatkan waktu komputasi yang semakin besar pula. Pada penelitian ini, metode optimasi nonlinear akan digunakan untuk menyelesaikan masalah pada rantai pasok yang berbentuk umum. Rantai pasok yang berbentuk umum adalah rantai pasok dimana sebuah produsen (*manufacturer*) memiliki beberapa pemasok atau beberapa konsumen. Pada penelitian-penelitian sebelumnya, rantai pasok yang dijadikan obyek adalah rantai pasok yang berbentuk linear.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini mengikuti metode yang biasa dilakukan di dalam keilmuan Penelitian Operasional. Untuk simplifikasi, masalah diteliti pada rantai pasok dengan sebuah produsen dan dua buah pemasok. Masing-masing pemasok memiliki keterbatasan kapasitas karena sifat usahanya yang kecil dan menengah. Variabel keputusan yang perlu diambil adalah berapa jaminan waktu yang oleh para pemasok kepada produsen untuk memenuhi kebutuhan barang mentah produsen. Jaminan waktu ini akan menentukan ukuran persediaan pengaman di pemasok ataupun di produsen. Rantai pasok yang berbentuk umum dimodifikasi ulang menjadi dua rantai pasok yang berbentuk linear. Persediaan pengaman di produsen akhir pada dasarnya adalah penjumlahan dari semua persediaan pengaman di produsen pada masing-masing rantai pasok linear. Model optimasi non linear kemudian dibuat dan diformulasikan secara matematis. Setelah itu, bahasa program AMPL (*a mathematical programming language*) dibangun dengan menggunakan sebuah data kasus. Pencarian solusi optimal dilakukan dengan menggunakan perangkat mesin *FilMint*.

Hasil pengujian analisis metode optimasi nonlinear menunjukkan bahwa meskipun kapasitas sebuah pemasok semakin ketat tidak berarti bahwa optimalitas fungsi tujuan menjadi semakin buruk. Metode optimasi nonlinear akan mencari cara yang lain agar optimalitas masih dapat tercapai. Pada kasus ini, persediaan pengaman pada pemasok dengan kapasitas yang sangat terbatas dipindahkan ke produsennya. Hal ini dilakukan karena persediaan pengaman pada kapasitas yang sangat terbatas membutuhkan faktor koreksi yang sangat besar agar dapat tetap memenuhi tingkat kepuasan (*service level*) tertentu.

Daftar Isi

| | |
|---|----|
| Abstrak | 2 |
| Daftar Isi | 3 |
| Daftar Gambar | 4 |
| Bab 1 Pendahuluan | 5 |
| 1.1 Latar belakang | 5 |
| 1.2 Tujuan khusus..... | 6 |
| 1.3 Keutamaan penelitian..... | 6 |
| Bab 2 Studi Pustaka | 7 |
| 2.1 Rantai pasok | 7 |
| 2.2 Ketidakpastian | 8 |
| 2.3 Ukuran performansi..... | 8 |
| 2.4 Masalah penempatan persediaan pengaman..... | 8 |
| Bab 3 Metode Penelitian | 10 |
| 3.1 Deskripsi masalah | 10 |
| 3.2 Model matematis | 13 |
| Bab 4 Metode Optimasi Nonlinear | 14 |
| 4.1 Pengembangan bahasa AMPL | 14 |
| 4.2 Analisis metode optimasi nonlinear..... | 15 |
| Bab 5 Kesimpulan dan Saran | 18 |
| Daftar pustaka | 19 |

Daftar Gambar

| | |
|--|----|
| Gambar 1. Rantai Pasok (sumber: Sitompul, 2010)..... | 7 |
| Gambar 2. Masalah Rantai Pasok Berbentuk Umum..... | 9 |
| Gambar 3. Masalah Dua Pemasok..... | 11 |
| Gambar 4. Dua Masalah Bertipe Linear..... | 12 |
| Gambar 5. Model file (nonlinear.mod) | 15 |
| Gambar 6. Data file (nonlinear.dat) | 15 |
| Gambar 7. Command file (nonlinear.run) | 15 |
| Gambar 8. Output FilMint..... | 16 |
| Gambar 9. Kapasitas Terbatas..... | 17 |

Bab 1 Pendahuluan

Bagian ini memuat latar belakang penelitian, tujuan penelitian serta keutamaan penelitian.

1.1 Latar belakang

Permasalahan yang terjadi di sebuah rantai pasok biasanya bersifat kompleks bukan hanya karena banyaknya perusahaan yang terlibat, tetapi juga karena lingkungan yang semakin kompetitif dan penuh ketidakpastian. Seorang manajer rantai pasok perlu mempertimbangkan faktor ketidakpastian ini ketika membuat rencana atau mengambil keputusan yang sifatnya strategis.

Salah satu permasalahan yang strategis yang dihadapi seorang manajer rantai pasok adalah keputusan untuk menempatkan persediaan pengaman. Tujuan utama sebuah rantai pasok tentunya adalah memenuhi permintaan konsumen dengan jumlah dan waktu yang tepat. Persediaan pengaman di sebuah rantai pasok berguna untuk mengatasi persoalan yang disebabkan oleh ketidakpastian permintaan konsumen. Permasalahan ini menjadi semakin kompleks karena munculnya ketidakpastian yang lain yang bersumber dari dalam (internal) perusahaan, seperti waktu produksi yang juga berubah-ubah (stokastik).

Masalah penempatan persediaan telah diteliti oleh Graves and Willems (2000) untuk masalah dengan waktu produksi yang tetap. Sitompul dan Suryadi (2011), Sitompul dan Hariandja (2012) telah mempelajari masalah penempatan persediaan dengan waktu produksi yang stokastik. Metode optimasi yang diusulkan oleh Sitompul dan Hariandja (2012) adalah metode optimasi tangguh yang didasari oleh tulisan Muvally et al. (1995). Metode optimasi tangguh ini mensyaratkan penggunaan skenario untuk menggambarkan fenomena ketidakpastian waktu produksi (lead time). Namun, jumlah skenario yang dibutuhkan metode ini menjadi sangat besar agar dapat menggambarkan fenomena ketidakpastian yang mendekati realitas. Sitompul (2010) menunjukkan ketidakefisienan metode optimasi tangguh karena jumlah skenario yang besar.

Pada penelitian ini, metode optimasi untuk masalah penempatan persediaan pengaman di rantai pasok akan dievaluasi, terutama untuk rantai pasok yang berbentuk umum. Formulasi matematis penempatan persediaan pengaman akan dibangun untuk rantai pasok yang berbentuk umum dengan memperhatikan ketidakpastian permintaan dan waktu produksi. Model matematis ini kemudian akan diselesaikan dengan metode yang

biasa digunakan untuk masalah yang nonlinear, seperti: metode gradien atau program kuadrat.

1.2 Tujuan khusus

Penelitian ini secara khusus diarahkan pada analisis metode optimasi masalah nonlinear untuk memecahkan masalah penempatan persediaan di sebuah rantai pasok. Penelitian ini didasarkan pada penelitian sebelumnya dilakukan oleh Graves dan Willems (2000), Sitompul dan Suryadi (2011) dan Sitompul dan Hariandja (2012). Hasil penelitian ini diarahkan untuk dapat menyelesaikan permasalahan riil yang terjadi di sebuah rantai pasok di Indonesia. Bentuk rantai pasok yang umum banyak ditemui di dunia praktis industri, dimana sebuah perusahaan dapat memiliki banyak konsumen atau retailer (bentuk distribusi) atau sebuah perusahaan memiliki beberapa pemasok (bentuk perakitan).

1.3 Keutamaan penelitian

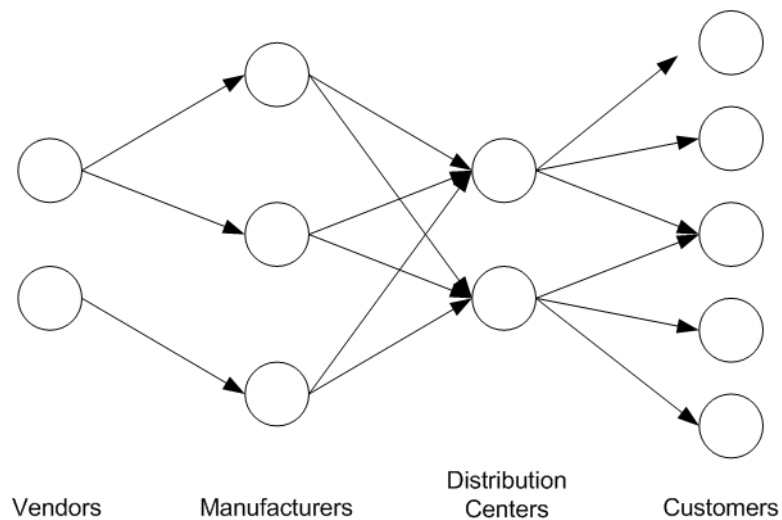
Urgensi atau keutamaan penelitian ini terletak pada kegiatan evaluasi metode optimasi nonlinear. Dari hasil evaluasi diharapkan munculnya sebuah pemahaman yang lebih besar untuk mengembangkan metode optimasi yang lebih efisien dibandingkan metode optimasi tangguh Mulvey et al(1995). Selain efisiensi dari segi komputasi, diharapkan metode optimasi nonlinear dapat memberikan ukuran performansi yang mendekati ketangguhan dari metode optimasi tangguh.

Bab 2 Studi Pustaka

Bagian ini membahas beberapa hasil dari studi pustaka yang berkaitan dengan rantai pasok, ketidakpastian, ukuran performansi., serta masalah penempatan persediaan pengaman.

2.1 Rantai pasok

Sebuah rantai pasok terdiri dari berbagai perusahaan yang saling terhubung karena adanya kebutuhan untuk memenuhi permintaan konsumen akhir dari produk yang dihasilkannya. Secara umum rantai pasok terdiri dari pemasok (*vendors*) yang menyediakan material mentah, pabrik (*manufacturers*) yang memproduksi atau mentransformasi barang mentah menjadi barang jadi atau setengah jadi, pusat distribusi (*distribution centers*) yang menghubungkan pabrik dengan pelanggan, serta pelanggan (*customers*) yang menjadi subyek utama rantai pasok. Elemen-elemen ini dihubungkan oleh proses transportasi, yaitu pengiriman barang dari satu perusahaan ke perusahaan yang lain, agar tujuan utama rantai pasok tercapai. Gambar 1 menunjukkan satu contoh rantai pasok yang berbentuk umum.



Gambar 1. Rantai Pasok (sumber: Sitompul, 2010)

Secara matematis, sebuah rantai pasok dapat juga digambarkan sebagai sebuah jaringan yang terdiri dari titik-titik (*nodes*) yang dihubungkan dengan jalur-jalur (*arcs*), $G(N,A)$, dimana N adalah kumpulan *nodes* dan A adalah kumpulan *arcs*.

2.2 Ketidakpastian

Ketidakpastian adalah fenomena alami yang dihadapi sebagian besar organisasi karena ketidakmampuannya mendapatkan informasi yang lengkap tentang masa depan. Menurut Geary et al. (2002) ketidakpastiaan pada satu rantai pasok dapat bersumber pada permintaan konsumen, pemasok, proses atau kontrol. Sumber-sumber ketidakpuasan hubungan yang ada dalam sebuah rantai pasok paling banyak disebabkan oleh ketidakpastian permintaan dan ketidakpastian lead time. Oleh karena itu, dua sumber ketidakpastian ini perlu dikelola agar diperoleh hubungan yang sinergis antar elemen di dalam rantai pasok. Tujuan akhir pengelolaan ini adalah meningkatkan performansi pelayanan kepada konsumen dengan ongkos yang minimum.

2.3 Ukuran performansi

Secara garis besar ukuran performansi sebuah rantai pasok didasarkan pada dua hal, yaitu:

1. Ongkos
2. Tingkat pelayanan

Ongkos total sebuah rantai pasok terbentuk dari ongkos seluruh perusahaan yang terlibat di dalam rantai pasok. Selain ongkos transportasi, ongkos persediaan adalah komponen ongkos yang utama di dalam sebuah rantai pasok. Pengelolaan rantai pasok pada dasarnya adalah pengelolaan persediaan di seluruh elemen (jaringan) yang ada dalam rantai pasok tersebut. Ukuran performansi yang lain yang sering dijadikan tolak ukur suksesnya pengelolaan rantai pasok adalah tingkat pelayanan terhadap konsumen. Seperti telah disebutkan sebelumnya, tujuan utama rantai pasok adalah memenuhi permintaan konsumen. Ukuran pemenuhan ini ditentukan oleh berbagai cara diantaranya:

1. *Fill rate* adalah persentase jumlah permintaan konsumen yang mampu dipenuhi oleh rantai pasok
2. *Stockout* adalah persentase dari kejadian dimana rantai pasok tidak mampu memenuhi kebutuhan konsumen.

Hubungan antara ongkos dan tingkat pelayanan ini sulit untuk diketahui bentuknya. Oleh karena itu, biasanya tujuan pengelolaan sebuah rantai pasok adalah meminimumkan ongkos dengan tetap mempertahankan tingkat pelayanan tertentu, atau sebaliknya memaksimalkan tingkat pelayanan dengan mempertahankan level ongkos.

2.4 Masalah penempatan persediaan pengaman

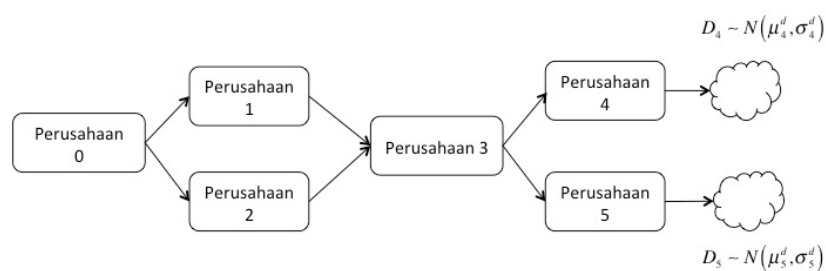
Masalah penempatan persediaan pengaman adalah masalah yang sudah lama dikenal sejak Graves dan Willems (2000) menulis tentang hal ini. Sebenarnya, masalah yang

dikemukakan masih berhubungan dengan masalah persediaan untuk sistem produksi yang terdiri dari beberapa tingkat (*multi stage production*) yang ditulis oleh Simpson (1958). Sitompul, et al. (2008) mengembangkan model Graves dan Willems untuk permasalahan rantai pasok dengan kapasitas yang terbatas. Akan tetapi, model-model yang dibangun hanya memperhatikan permintaan yang stokastik, belum memasukkan faktor waktu produksi (lead time) yang juga bersifat stokastik. Sitompul dan Suryadi (2011) membahas masalah penempatan persediaan pengaman yang memperhatikan waktu produksi yang bersifat stokastik untuk rantai pasok yang berbentuk linear. Model ini kemudian dikembangkan oleh Sitompul dan Hariandja (2012) untuk model rantai pasok yang berbentuk umum yang terdiri dari bentuk distribusi dan bentuk perakitan (*assembly*).

Metode yang diusulkan untuk menyelesaikan masalah yang berbentuk umum ini adalah metode optimasi tangguh Mulvey et al. (1995). Sitompul (2010) menunjukkan bahwa metode optimasi tangguh ini sangat rentan terhadap jumlah skenario yang diperlukan. Semakin kompleks sebuah rantai pasok maka akan semakin banyak skenario yang dibutuhkan agar dapat menggambarkan ketidakpastian dengan lebih akurat. Jumlah yang semakin besar menyebabkan penyelesaian masalah juga semakin tidak efisien dari segi waktu komputasi.

Oleh karena itu diperlukan sebuah studi untuk analisis metode optimasi nonlinear yang tidak didasarkan pada jumlah skenario tetapi memberikan solusi yang mendekati metode optimasi tangguh.

Masalah penempatan persediaan pengaman di rantai pasok yang berbentuk umum dapat dijabarkan sebagai berikut. Misalkan $G(N,A)$ adalah jaringan rantai pasok yang terdiri dari kumpulan *nodes* N dan *arcs* A yang menghubungkan satu *node* dengan *node* yang lain. Gambar 2 menunjukkan permasalahan penempatan persediaan pengaman.



Gambar 2. Masalah Rantai Pasok Berbentuk Umum

Permintaan (*demand*) konsumen di node paling akhir (*retailer*) berbentuk stokastik dan mengikuti distribusi normal dengan rata-rata μ_j^d dan standar deviasi σ_j^d dimana j adalah *node* paling akhir di dalam rantai pasok. Untuk memenuhi permintaan tersebut, setiap *node* di dalam rantai pasok melakukan proses produksi dengan lead time produksi T_j^l yang juga berdistribusi normal dengan rata-rata μ_j^l dan standar deviasi σ_j^l . Masalah penempatan persediaan adalah menentukan jumlah persediaan pengaman di

setiap node sedemikian sehingga ongkos menjadi minimum dan tetap mempertahankan tingkat pelayanan tertentu.

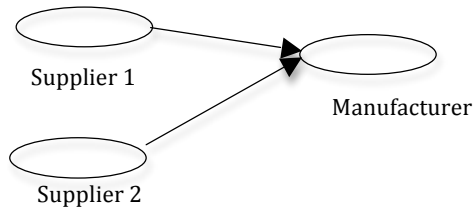
Bab 3 Metode Penelitian

Metode penelitian yang diusulkan untuk menganalisis metode optimasi tangguh nonlinear adalah metode yang biasa dilakukan untuk penelitian operasional. Tahapan dalam penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. Identifikasi masalah. Pada tahap awal, dilakukan proses identifikasi masalah yang akan dipecahkan dalam penelitian ini. Seperti telah disebutkan sebelumnya, dua sumber ketidakpuasan hubungan dalam sebuah rantai pasok adalah ketidakpastian permintaan dan lead time produksi. Kedua ketidakpastian ini akan diteliti dan dimodelkan dari awal agar diperoleh rencana yang optimal, yaitu efisien dari segi ongkos akan tetapi tetap mempertahankan tingkat pelayanan pada sebuah level tertentu. Tujuan penelitian ini secara gamblang dapat dijelaskan lewat proses identifikasi masalah.
2. Penentuan variabel keputusan. Variabel keputusan yang perlu diambil adalah berapa jumlah persediaan pengaman yang efektif dan efisien dan dimana persediaan pengaman tersebut perlu ditempatkan di dalam rantai pasok.
3. Formulasi masalah. Dalam metode penelitian operasional, formulasi masalah adalah tahapan utama yang mencari hubungan antar variabel sehingga fungsi tujuan dapat dioptimalkan.
4. Metode penyelesaian analitik. Efektifitas dan efisiensi metode optimasi nonlinear akan diteliti dengan memperhatikan ongkos dan variabilitasnya serta waktu komputasi penyelesaian masalah. Metode optimasi nonlinear akan dibandingkan dengan metode optimasi tangguh seperti yang diusulkan oleh Mulvey et al. (1995).
5. Pengembangan perangkat lunak. Tahap ini merupakan tahap implementasi model serta metodenya untuk menyelesaikan masalah penempatan persediaan pengaman di rantai pasok yang berbentuk umum.

3.1 Deskripsi masalah

Misalkan sebuah perusahaan manufaktur (produsen) memiliki dua buah pemasok dengan skala kecil atau menengah, seperti yang terlihat pada Gambar 3. Pemasok 1 dan 2 adalah pemasok yang memiliki keterbatasan kapasitas untuk memasok bahan mentah kepada produsen. Di dalam konteks Indonesia, tipe hubungan yang seperti ini sangat biasa terjadi terutama pada pemasok yang bersifat UKM (usaha kecil dan menengah).



Gambar 3. Masalah Dua Pemasok

Misalkan, produsen menghadapi permintaan yang stokastik tetapi stationer dan mengikuti pola distribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ . Ketika informasi permintaan ditransfer sepanjang rantai pasok, yaitu kepada para pemasoknya, mereka segera melakukan produksi untuk memasok bahan yang dibutuhkan oleh produsen. Misalkan, kapasitas produksi pemasok 1 dan 2 ditulis dengan notasi c_1 and c_2 , dimana $c_1 + c_2 > \mu$, jika tidak maka masalah menjadi tidak layak. Oleh karena permintaan yang dihadapi produsen bersifat stokastik maka produsen harus menempatkan persediaan pengaman agar mampu memenuhi permintaan sesering mungkin. Selain itu, persediaan pengaman juga perlu ditempatkan di depan pemasok karena ketidakpastiaan ini ditransfer juga hingga ke pemasok. Persediaan pengaman masih dianggap sebagai alat yang tangguh untuk mengatasi ketidakpastiaan permintaan. Masalahnya adalah bagaimana menentukan jumlah persediaan pengaman bagi setiap anggota di dalam sebuah rantai pasok. Perlu diperhatikan pula bahwa kapasitas produksi terbatas sehingga perlu dicermati lebih lanjut.

Ketika permintaan bersifat stokastik dan mengikuti pola distribusi normal dengan rata-rata μ dan standar deviasi σ , maka persediaan pengaman didefinisikan sebagai:

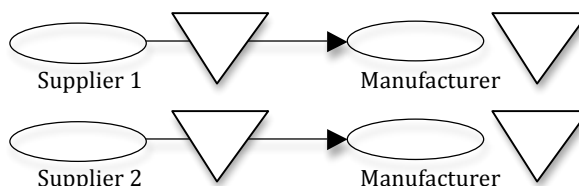
$$SS = z_{1-\alpha} \sigma \sqrt{NRT} \dots\dots\dots(1)$$

dimana $z_{1-\alpha} = 2.33$ untuk a 1% peluang terjadi kekurangan persediaan dan $NRT = net\ replenishment\ time$ (waktu penggantian). Sitompul et al. (2008) menyebutkan bahwa jumlah persediaan pengaman harus dikoreksi oleh faktor koreksi sebagai berikut:

$$\theta = 1 + 5.25e^{-5.25(\rho-0.075)} \dots\dots\dots(2)$$

dimana $\rho = (c - \mu)/\sigma$ and
 $c =$ kapasitas ,
 $\mu =$ rata-rata permintaan ,
 $\sigma =$ standar deviasi permintaan .

Oleh karena masalah ini memiliki banyak pemasok, faktor koreksi ini perlu diterapkan kepada semua pemasok. Dengan menulis ulang permasalahan yang ada di Gambar 3, permasalahan bisa dipandang sebagai dua masalah yang bersifat linear. Masalah yang pertama terdiri dari pemasok 1 dan produsen, sedangkan pemasok yang kedua terdiri pemasok 2 dan produsen.



Gambar 4. Dua Masalah Bertipe Linear

Segitiga terbalik menunjukkan persediaan pengaman yang ditempatkan di empat tempat yang berbeda. Persediaan pengaman untuk produsen (*manufacturer*) adalah penjumlahan dari kedua masalah bertipe linear. Kedua pemasok menerima bahan pasokannya secara tidak terbatas dan secara seketika, sedangkan produsen harus memenuhi permintaan konsumennya pada saat itu juga. Dengan kata lain, produsen menjamin waktu pemenuhan permintaan sebesar nol periode. Waktu produksi adalah sebesar T periode, sedangkan waktu persiapan oleh pemasok 1 dan pemasok 2 sebesar t_1 and t_2 . Ongkos simpan persediaan di produsen ditulis dengan notasi H , sedangkan ongkos simpan di pemasok 1 dan 2 ditulis dengan notasi h_1 and h_2 . Misalkan S_1 and S_2 adalah waktu yang dijamin oleh pemasok 1 dan pemasok 2 kepada produsen, maka waktu pengantian persediaan bagi pemasok 1 dan 2 ditulis sebagai:

$$\tau_1 = 0 + t_1 - S_1 \dots\dots\dots(3)$$

$$\tau_2 = 0 + t_2 - S_2 \dots\dots\dots(4)$$

Waktu penggantian persediaan bagi produsen (R) untuk masalah linear pertama dan kedua ditulis sebagai:

$$R_1 = S_1 + T - 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$R_2 = S_2 + T - 0 \dots\dots\dots(6)$$

Oleh karena masalah telah diatur ulang menjadi dua masalah linear, maka permintaan perlu didistribusikan kepada dua pemasoknya. Secara proporsional, permintaan rata-rata yang dialami oleh pemasok 1 dan 2 dapat didefinisikan sebagai:

$$\mu_1 = \frac{c_1}{c_1 + c_2} \mu \dots\dots\dots(7)$$

$$\mu_2 = \frac{c_2}{c_1 + c_2} \mu \dots\dots\dots(8)$$

Redistribusi ini perlu dilakukan agar permintaan dibagikan secara proporsional tergantung dari kapasitas masing-masing pemasok. Di lain pihak, standar deviasi permintaan tidak dapat diperlakukan sama seperti rata-rata permintaan. Standar deviasi permintaan didistribusikan sesuai dengan konsep kombinasi linear dari variasi permintaan, yaitu:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma^2 \dots\dots\dots(9)$$

Dengan demikian, standar deviasi permintaan yang dihadapi oleh pemasok 1 dan pemasok 2 adalah sebagai berikut:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(10)$$

3.2 Model matematis

Permasalahan penempatan persediaan pengaman pada rantai pasok yang berbentuk umum dapat diformulasikan secara matematis.

Formulasi matematis dimana satu produsen memiliki dua buah pemasok dapat ditulis sebagai berikut:

Minimasi Ongkos Total:

$z =$ ongkos simpan di pemasok + ongkos simpan di produsen

$$z = (h_1SS_1 + h_2SS_2) + H(SSM_1 + SSM_2) \dots\dots\dots(11)$$

dibatasi oleh:

$$SS_1 = \theta_1 z_{1-\alpha} \sigma_1 \sqrt{t_1 - S_1} \dots\dots\dots(12)$$

$$SS_2 = \theta_2 z_{1-\alpha} \sigma_2 \sqrt{t_2 - S_2} \dots\dots\dots(13)$$

$$SSM_1 = z_{1-\alpha} \sigma_1 \sqrt{S_1 + T} \dots\dots\dots(14)$$

$$SSM_2 = z_{1-\alpha} \sigma_2 \sqrt{S_2 + T} \dots\dots\dots(15)$$

$$t_1 - S_1 \geq 0 \dots\dots\dots(16)$$

$$t_2 - S_2 \geq 0 \dots\dots\dots(17)$$

$$S_1, S_2 \geq 0,$$

dimana θ_1, θ_2 adalah faktor koreksi berturut-turut bagi pemasok 1 dan pemasok 2 yang diperoleh lewat Persamaan (2). Persamaan (11) menunjukkan ongkos simpan total di pemasok dan di produsen. Persamaan (12) and (13) digunakan untuk menghitung besaran persediaan pengaman di pemasok 1 dan pemasok 2. Persediaan pengaman untuk produsen sesuai dengan masalah linear pertama dan kedua dihitung pada persamaan (14) dan (15). Persamaan (16) dan (17) memastikan bahwa waktu penggantian bagi setiap pemasok lebih besar atau sama dengan nol periode. Selain itu, waktu yang dijamin oleh pemasok 1 dan pemasok 2 harus lebih besar atau sama dengan nol periode. Dengan demikian, masalah penempatan persediaan pengaman pada dasarnya adalah menentukan waktu yang dijamin oleh para pemasok. Waktu jaminan ini memastikan rantai pasok untuk memenuhi kebutuhan konsumen dengan ongkos persediaan yang minimum. Berdasarkan bentuk fungsi tujuan dan kendalanya, masalah ini dikategorikan sebagai masalah yang nonlinear.

Bab 4 Metode Optimasi Nonlinear

Bab ini berisi metode dan analisis penyelesaian masalah dengan menggunakan optimasi nonlinear. Formulasi masalah pada bab sebelumnya masuk ke dalam kategori masalah yang bersifat nonlinear yang biasa disebut dengan *Mixed Integer Nonlinearly-constrained Problem* (MINLP). Mesin (*engine*) yang menyelesaikan masalah ini banyak tersedia di pasaran seperti MINLP, FilMint, dan Bonmin. Mesin-mesin tersebut membutuhkan masukan berupa model, data dan perintah yang seluruhnya ditulis dalam bahasa AMPL (*a mathematical programming language*) yang dikembangkan oleh Robert Fourer dan David M. Gay.

4.1 Pengembangan bahasa AMPL

Bahasa program AMPL membutuhkan tiga buah file yang berisi model, data dan perintah yang berturut-turut ditulis dalam *text editor* dengan ekstensi file: *.mod, *.dat, dan *.run.

```
param n;
param h{1..n};
param H;
param t{1..n};
param T;
param c{1..n};
param muD;
param mu{j in 1..n}=c[j]*mu[j]/sum{i in 1..n}{c[i]};
param sigmaD;
param sigma{j in 1..n}=sigmaD/sqrt(2);
param rho{j in 1..n} = (c[j]-muD)/sigma[j];
param tetapasok{j in 1..n} = 1 + 5.25*exp(-5.25*(rho[j]-0.075));

var StockPasok{j in 1..n}>=0, := j/10000;
var StockProd{j in 1..n}>=0, := j/10000;
var Service{j in 1..n}>=0, := j/10000;
minimize z:
sum{j in 1..n}{h[j]*StockPasok[j]+H*StockProd[j]};
subject to const1{j in 1..n}:
StockPasok[j]==tetapasok[j]*2.33*sigma[j]*sqrt(t[j]-Service[j]);
subject to const2{j in 1..n}:
StockProd[j]==2.33*sigma[j]*sqrt(Service[j]+T);
subject to const3{j in 1..n}:
t[j]-Service[j]>=0;
```

Gambar 5. Model file (nonlinear.mod)

```
param n:=2;
param h:=
    1      1
    2      1.2 ;
param H:=2;
param t:=
    1      2
    2      1 ;
param T:=1;
param c:=
    1      120
    2      110 ;
param muD:=100;
param sigmaD:=50;
```

```
solve;
display z;
display Service;
display StockPasok;
display StockProd;
```

Gambar 6. Data file (nonlinear.dat)

Gambar 7. Command file (nonlinear.run)

Gambar 5, 6, dan 7 berturut-turut menunjukkan isi file yang berisi model, data serta perintah bagi mesin (engine) untuk mencari solusi bagi masalah non linear ini.

4.2 Analisis metode optimasi nonlinear

Pada kesempatan ini, data yang digunakan adalah kasus sederhana PT. X yang merupakan industri perakitan kendaraan niaga di Jakarta. Misalkan hanya dua pemasok yang dimiliki oleh PT. X, yaitu pemasok 1 dan pemasok 2 dengan keterbatasan kapasitas produksi masing-masing sebesar 60 unit. Data selengkapnya dapat dilihat pada Gambar 5, yaitu parameter yang berisi: n = jumlah pemasok, h = ongkos simpan di pemasok, H = ongkos simpan di produsen, t = waktu persiapan di pemasok, dan T = waktu produksi,

serta kapasitas pemasok ditulis dalam c . Permintaan yang dihadapi oleh PT. X bersifat distribusi normal dengan rata-rata 100 unit (μ_D) dan standar deviasi 10 unit (σ_D). Gambar 8 menunjukkan output (keluaran) yang diperoleh dengan menggunakan mesin FILMint yang tersedia dalam server NEOS (<http://www.neos-server.org/>).

```
filterSQP: version 20010817
FILMINT (AMPL) v0.0000000001: Optimal solution found
z = 109.098

Service [*] :=
1 0
2 0
;

StockPasok [*] :=
1 23.3677
2 16.5234
;

StockProd [*] :=
1 16.4756
2 16.4756
```

Gambar 8. Output FILMint

Selain itu dilakukan juga analisis paska optimalitas, yaitu dengan mengubah nilai kapasitas di pemasok kedua, yaitu menjadi 50 unit. Hasil keluaran dapat dilihat pada Gambar 9.


```
z = 104.829

Service [*] :=
1 0
2 1
;

StockPasok [*] :=
1 25.2776
2 1.93119e-05
;

StockProd [*] :=
1 16.4756
2 23.3
;
```

Gambar 9. Kapasitas Terbatas

Dengan membandingkan Gambar 8 dan Gambar 9 dapat diperoleh informasi bahwa kapasitas yang terbatas akan menyebabkan fungsi tujuan menjadi berbeda. Namun yang perlu dianalisis adalah bahwa kapasitas yang terbatas tidak serta-merta menyebabkan optimalitas fungsi tujuan menjadi memburuk. Pada kasus ini, pemasok 2 memiliki kapasitas yang lebih rendah (terbatas) dibandingkan pemasok pertama. Strategi yang diambil dengan menggunakan metode optimasi nonlinear ini adalah tidak menyimpan persediaan di pemasok tetapi justru menambah persediaan pengaman di produsen. Meskipun ongkos per unit persediaan pengaman di produsen lebih besar dari pada di pemasok, kapasitas yang terbatas di pemasok 2 memaksa jumlah persediaan yang lebih besar untuk mencapai tingkat kepuasan (*service level*) tertentu. Dengan demikian, masalah persediaan pengaman di rantai pasok yang berbentuk umum memiliki sifat nonlinear yang memiliki karakteristik berbeda dengan program linear.

Bab 5 Kesimpulan dan Saran

Setelah dilakukan pengembangan model nonlinear untuk rantai pasok yang berbentuk umum, dimana sebuah produsen memiliki dua buah pemasok, dapat diambil beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Rantai pasok yang berbentuk umum dapat dimodifikasi ulang menjadi beberapa rantai pasok yang bersifat linear.
2. Formulasi masalah masih bersifat nonlinear dan dapat diselesaikan dengan menggunakan AMPL/FilMint.
3. Pada kasus ini, kapasitas yang terbatas tidak berarti optimalitas fungsi tujuan menjadi semakin memburuk.

Saran yang diberikan berkaitan dengan penelitian lebih lanjut adalah:

1. Mengembangkan model rantai pasok yang lebih umum, yaitu sebuah produsen memiliki beberapa pemasok sekaligus memiliki beberapa konsumen.
2. Redistribusi permintaan dapat diteliti pada kondisi yang non proporsional.

Daftar pustaka

1. Geary, S., Childerhouse, P., Towill, D., 2002. Uncertainty and the seamless supply chain. *Supply Chain Management Review* 6 (4), 52- 60.
2. Graves, S.C., Willems, S. P., 2000. Optimizing strategic safety stock placement in supply chains. *Manufacturing and Service Operations Management* 2 (1), 68 – 83.
3. Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J., Zenios, S. A., 1995. Robust optimization of large scale systems. *Operations Research* 43 (2), 264-281.
4. Simpson, K .F., 1958. In-process inventory. *Operations Research* 6, 863 – 873.
5. Sitompul, C., 2010. Robust supply chain designs: an integrated hierarchical approach. *PhD Dissertation*, Ghent University, Belgium.
6. Sitompul, C., Aghezzaf, E. H., Van Landeghem, H., Dullaert, W., 2008. Safety stock placement problems in capacitated supply chains. *International Journal of Production Research* 46, 4709-4727.
7. Sitompul, C., Suryadi, D., 2011. Perencanaan rantai pasok di level strategis. Laporan Penelitian LPPM Universitas Katolik Parahyangan, Bandung, Indonesia.
8. Sitompul, C., Hariandja, J., 2012. Pengembangan metode optimasi tangguh untuk perencanaan rantai pasok yang berbentuk umum. Laporan Penelitian LPPM Universitas Katolik Parahyangan, Bandung, Indonesia.