

Studi Tekuk Torsi Lateral Pada Balok Kolom Non Prismatis dengan Metode Beda Hingga



Disusun oleh:

Dr. Paulus Karta Wijaya

Lembaga Penelitian dan Pengabdian Pada Masyarakat

UNIVERSITAS KATOLIK PARAHYANGAN

FAKULTAS TEKNIK

Studi Tekuk Torsi Lateral Pada Balok Kolom dengan Metode

Beda Hingga

Oleh

Paulus Karta Wijaya

Abstrak

Struktur baja, sering kali mempunyai komponen struktur yang memikul beban yang menimbulkan momen lentur dan gaya aksial tekan yang biasanya disebut balok kolom. Sering kali untuk kepentingan efisiensi dan optimasi, balok kolom dibuat berbentuk *web tapered*.

Dalam Spesifikasi AISC 2010, interaksi antara momen lentur dan gaya aksial tekan tersedia persamaan untuk interaksi tersebut, namun sebenar dibuat untuk balok prismatis. Untuk balok tidak prismatic *web tapered* Design Guide 25 menggunakan balok kolom prismatic untuk menerapkan persamaan AISC tersebut.

Dalam penelitian ini hendak dilakukan studi tekuk torsi lateral akibat kombinasi lentur dan aksial tekan untuk balok tidak prismatis *web tapered*. Pembahasan masalah ini belum dijumpai pada literature tentang stabilitas, baik dalam buku buku teks maupun dalam jurnal ilmiah. Untuk itu pertama, dilakukan penurunan persamaan diferensialnya terlebih dahulu. Dan kemudian penyelesaian persamaan diferensial tersebut diselesaikan dengan metode beda hingga. Untuk itu dibuat program computer untuk menyelesaikan masalah balok kolom tersebut dengan menggunakan bahasa Fortran.

Hasil analisis dengan metode beda hingga disajikan dalam bentuk kurva interaksi antara momen lentur dan gaya aksial dan kemudian dibandingkan dengan kurva interaksi yang diperoleh dari persamaan dari AISC. Kesimpulan dari penelitian ini adalah bahwa kurva interaksi yang diperoleh dari hasil analisis dengan metode beda hingga berada diatas tetapi dekat dengan kurva interaksi dari AISC 2010. Kesimpulannya adalah bahwa interaksi AISC cukup cocok digunakan balok kolom tidak prismatis.

DAFTAR ISI

BAB I	PENDAHULUAN	1
BAB II	STUDI LITERATUR	3
BAB III	PERSAMAAN DIFERENSIAL BALOK TERLENTUR DENGAN GAYA AKSIAL	6
BAB IV	SOLUSI NUMERIK TEKUK TORSI LATERAL BALOK KOLOM	11
BAB V	HASIL ANALISIS	21
BAB VI	KESIMPULAN	21
LAMPIRAN A	LISTING PROGRAM	29

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Balok kolom adalah komponen bangunan yang mengalami momen lentur dan gaya aksial. Komponen struktur yang mengalami momen lentur saja akan mengalami masalah stabilitas berupa tekuk torsi lateral. Ada suatu nilai momen kritis dimana komponen struktur tersebut menjadi tidak stabil. Bila komponen struktur tersebut mengalami gaya aksial tekan saja ada suatu nilai gaya aksial kritis dimana kolom tersebut menjadi tidak stabil. Bila gaya dalam yang dialami adalah momen lentur dikombinasi dengan gaya aksial maka besarnya momen kritis akan mengalami reduksi.

Penelitian tentang lateral torsional buckling untuk balok non prismatic pernah dilakukan. Raftoyanis et al (2010) telah mempelajari lateral torsional buckling untuk web tapered I beam dengan menggunakan energy approach. Miller (2003) telah mempelajari perilaku web tapered I beam. Wijaya (2010) mempelajari lateral torsional buckling web tapered I beam dengan menggunakan metode elemen hingga. Tetapi belum ada publikasi tentang lateral torsional buckling untuk web tapered I beam tetapi untuk kombinasi momen lentur dan gaya aksial.

AISC mencantumkan persamaan untuk interaksi antara momen lentur dan gaya aksial dalam persamaan H1-2. Tetapi persamaan tersebut adalah untuk balok prismatic. Untuk balok tidak prismatic, Design Guide 25 memberikan petunjuk untuk menggunakan persamaan tersebut dengan menggunakan penampang prismatic ekuivalen untuk menghitung besarnya momen kritis dan gaya tekan kritis dan kemudian diterapkan persamaan H-1-2.

Dalam penelitian ini, hendak dilakukan studi teoretis stabilitas tekuk torsi lateral dengan pengaruh gaya aksial tekan untuk web tapered I beam. Untuk itu akan digunakan metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan diferensialnya. Metode beda hingga menghasilkan suatu persamaan masalah nilai Eigen.

1.2. Tujuan penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk:

1. Menyusun model matematik untuk masalah tekuk torsi lateral untuk balok web tapered. akibat lentur uniaksial dengan kombinasi gaya aksial tekan dalam bentuk persamaan diferensial.

2. Mencari prosedur penyelesaian metode beda hingga untuk menyelesaikan persamaan diferensial poin 1.
3. Melakukan studi perbandingan hasil solusi beda hingga dan elemen hingga dengan persamaan H1-2 dari AISC Specification.

1.3. Anggapan:

1. Material bersifat elastic, linier, homogen dan isotropic
2. Perpindahan kecil dan deformasi kecil.
3. Balok mula mula lurus sempurna.

1.4 Metode penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah metode beda hingga.

BAB II STUDI LITERATUR

Penyelesaian masalah stabilitas balok diselesaikan pertama kali oleh Timoshenko[1963]. Timoshenko menurunkan persamaan diferensial stabilitas balok untuk momen konstan dan menghasilkan persamaan sebagai berikut.

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = -M \quad 2.1$$

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = -M \phi \quad 2.2$$

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - E C_w \frac{d^3 \phi}{dz^3} = M \frac{du}{dz} \quad 2.3$$

Dengan M adalah momen lentur terhadap sumbu kuat yang besarnya konstan namun belum diketahui besarnya. Besaran besaran lain adalah,

E adalah modulus elastisitas

G adalah modulus geser

I_x adalah momen inersia penampang terhadap sumbu kuat

I_y adalah momen inersia penampang terhadap sumbu lemah

J adalah konstanta torsi

C_w adalah konstanta *warping*

Persamaan tersebut diselesaikan oleh Timoshenko dengan secara analitik dan menghasilkan closed formed solution,

$$M_{ocr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ \left(1 + \frac{EC_w \pi^2}{GJ L^2} \right)}$$

Persamaan diferensial 2.1 ; 2.2; 2.3 bila diterapkan pada kondisi momen lentur tidak konstan adalah menjadi,

$$EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} = -M_x(z) \quad 2.4$$

$$EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} = -M_x(z) \phi \quad 2.5$$

$$GJ \frac{d\phi}{dz} - E C_w \frac{d^3 \phi}{dz^3} = -M_x(z) \frac{du}{dz} \quad 2.6$$

Penyelesaian untuk momen tidak konstan tidak didapat penyelesaian closed formed. AISC memberikan penyelesaian pendekatan dengan menggunakan faktor momen gradient C_b yaitu

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \quad 2.7$$

Dan momen kritis didapat dengan mengalikan momen kritis untuk momen konstan dengan C_b .

AISC mengubah momen kritis menjadi tegangan kritis sehingga bentuk persamaan menjadi,

$$F_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0,078 \frac{J c}{S_x h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \quad 2.8$$

Dimana

E adalah modulus elastisitas

J adalah kontanta torsi

S_x adalah modulus penampang terhadap sumbu x

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x} \quad 2.9$$

Untuk penampang dengan dua sumbu simetri berbentuk I,

$$c = 1 \quad 2.10$$

Untuk baja kanal (channel)

$$c = \frac{h_o}{2} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}} \quad 2.11$$

h_o adalah jarak antara pusat flens. Untuk penampang dengan dua sumbu simetri $c = 1$

Untuk penampang dengan dua sumbu simetri berbentuk I,

$$C_w = \frac{I_y h_o^2}{4} \quad 2.12$$

Maka persamaan 5.20 menjadi,

$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_o}{2 S_x} \quad 2.13$$

r_{ts} dapat secara konservatif didekati dengan persamaan sebagai berikut ,

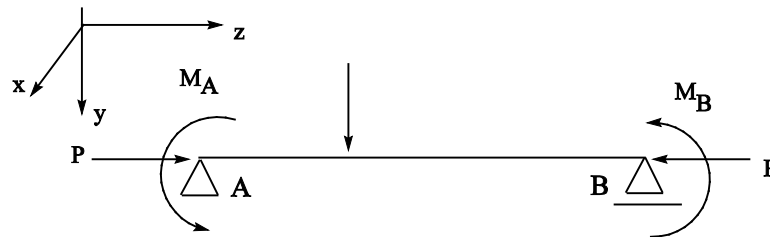
$$r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12 \left(1 + \frac{1}{6} \frac{h t_w}{b_f t_f} \right)}} \quad 2.14$$

Untuk masalah balok kolom, belum ada studi yang dilakukan. Sehingga belum ada yang dapat dibahas disini.

BAB III PERSAMAAN DIFERENSIAL STABILITAS

BALOK TERLENTUR DENGAN GAYA AKSIAL

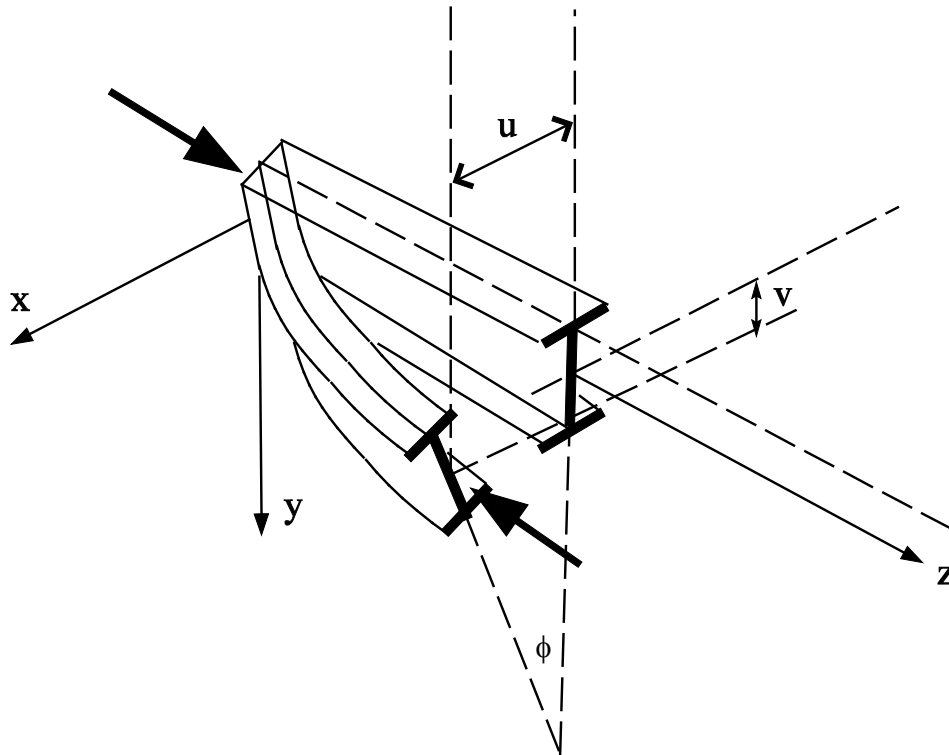
Persamaan diferensial balok kolom untuk balok nonprismatis diturunkan dengan cara yang serupa dengan balok prismatis. Perbedaannya adalah bahwa besaran penampangnya fungsi dari tempat. Persamaan diferensial disini dilakukan dengan merujuk penurunan yang dilakukan pada balok prismatis [Chayes, 20..] [Timoshenko, ...]. Penurunan dibawah ini untuk balok dengan penampang berbentuk I, sehingga pusat geser (*shear center*) berimpit dengan pusat penampang (*centroid*). Digunakan salib sumbu Cartesian sebagaimana diilustrasikan secara skematis pada Gambar 2.1 tersebut. Sumbu x adalah berimpit dengan sumbu kuat balok, sumbu y berimpit dengan sumbu lemah balok dan sumbu z berimpit dengan sumbu longitudinal balok. Besaran penampang bervariasi terhadap sumbu z. Beban berupa beban diarah sumbu y dan pada ujung ada momen ujung. Momen lentur yang ditimbulkan adalah momen lentur diarah sumbu kuat. Pada ujungnya ada gaya aksial P yang menimbulkan gaya normal konstan pada sepanjang batang. Beban transversal ini menimbulkan momen lentur ordo pertama diarah sumbu kuat $M(z)$. Beban lateral (beban diarah sumbu x) tidak ada.



Gambar 2.1 Balok dengan beban transversal dan beban aksial tekan

Bilamana beban transversal meningkat dan beban aksial P konstan maka pada suatu beban tertentu balok akan mengalami perpindahan (displacement) diarah lateral disertai torsi. Peristiwa ini disebut tekuk torsi lateral (lateral torsional buckling). Momen lentur pada saat terjadi tekuk torsi lateral disebut momen kritis. Akan diturunkan persamaan diferensial pada saat terjadi tekuk

torsi lateral. Persamaan diferensial diturunkan berdasarkan konfigurasi terdeformasi. Pada saat terjadi tekuk torsi lateral, suatu titik pada sumbu balok tersebut mengalami perpindahan vertical (diarah sumbu y) sebesar v , perpindahan lateral (diarah sumbu x) sebesar u dan rotasi puntir ϕ .

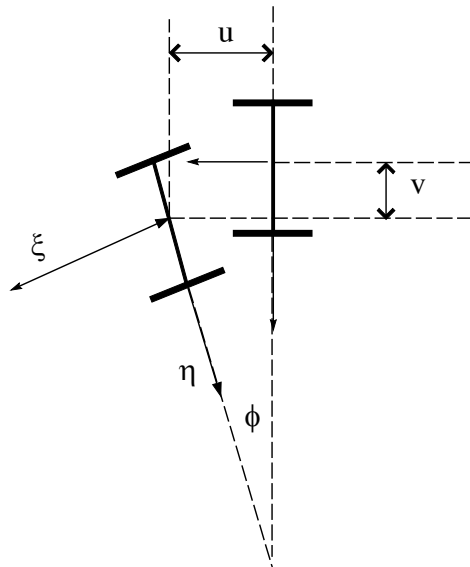


Gambar 2.2 Gambar perspektif free body balok

Gambar 2.2 tersebut dikutip dari laporan penelitian terdahulu [Wijaya, 2012].

Potongan penampang pada saat tekuk torsi lateral ditunjukkan pada Gambar 2.2.3.

Persamaan diferensial ini diturunkan berdasarkan anggapan perpindahan kecil sehingga dengan demikian teori balok dapat digunakan.



Gambar 2.3

Walaupun menggunakan anggapan lendutan kecil, Untuk menurunkan persamaan diferensial pada saat tekuk torsi lateral, harus diturunkan terlebih dahulu persamaan untuk momen lentur pada kondisi terdeformasi. Pada kondisi terdeformasi sumbu penampang mengalami rotasi sebesar rotasi puntir ϕ menjadi sumbu $\xi\eta\zeta$ seperti diilustrasikan pada Gambar 2.3. Sumbu ζ tegak lurus bidang $\xi\eta$. Pada suatu penampang sejarak z dari ujung kiri, sebelum terjadinya tekuk torsi lateral, momen lentur yang terjadi adalah $M_x(z)$. $M_x(z)$ adalah momen lentur pada titik z akibat momen lentur akibat beban transversal (ordo pertama) ditambah momen lentur akibat gaya aksial tekan P . Maka momen lentur $M_x(z)$ dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$M_x(z) = M_x^0(z) + P v \quad 3.1$$

Pada persamaan 3.1 besarnya gaya aksial tekan P adalah konstan selama analisis tekuk, maka ia merupakan besaran yang diketahui sedangkan momen lentur akibat beban transversal $M_x^0(z)$ besarnya hendak dicari tetapi distribusinya diketahui. Misalnya bila beban berupa beban merata maka distribusinya adalah parabola, tetapi amplitudonya belum diketahui. Oleh karena itu momen lentur akibat beban transversal tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$M_x^0(z) = M f(z) \quad 3.2$$

Dimana $f(z)$ adalah fungsi distribusi momen. M adalah amplitude momen yang besarnya belum diketahui. Dengan demikian persamaan 3.1 menjadi,

$$M_x(z) = M f(z) + P v \quad 3.3$$

Akan dicari berapa besarnya M agar terjadi tekuk torsi lateral.

Pada saat sebelum terjadinya tekuk torsi lateral, momen lentur diarah sumbu y , M_y adalah nol dan momen puntir M_z juga nol. Pada saat terjadi tekuk torsi lateral, sumbu penampang mengalami rotasi sebesar ϕ sehingga momen lentur pada penampang tersebut menjadi,

$$M_\xi = M_x \cos \phi \quad 3.4$$

$$M_\eta = M_x \sin \phi \quad 3.5$$

Dengan merujuk gambar 2.3, momen puntir dalam kondisi terdeformasi adalah,

$$M_\zeta = M_x \sin\left(\frac{du}{dz}\right) - P u \sin\left(\frac{dv}{dz}\right) \quad 3.6$$

Karena pembahasan hanya untuk deformasi kecil, maka sudut ϕ dan gradient perpindahan kecil, sehingga,

$$\cos \phi \approx 1$$

$$\sin \phi \approx \phi$$

$$\sin\left(\frac{du}{dx}\right) = \frac{du}{dx}$$

$$\sin\left(\frac{dv}{dx}\right) = \frac{dv}{dx}$$

Maka persamaan 3.4 ; 3.5 dan 3.6 menjadi,

$$M_\xi = M_x \quad 3.7$$

$$M_\eta = M_x \phi \quad 3.8$$

$$M_\zeta = M_x \frac{du}{dx} - P u \frac{dv}{dx} \quad 3.9$$

Dengan menggunakan persamaan diferensial lendutan balok dan persamaan puntir, maka persamaan diferensial balok pada saat tekuk torsi lateral dapat ditulis sebagai berikut,

$$EI_x(z) \frac{d^2v}{dz^2} = -M_\xi(\zeta) \quad 3.10$$

$$EI_y(z) \frac{d^2u}{dz^2} = -M_\xi(\zeta) \phi \quad 3.11$$

$$GJ(z) \frac{d\phi}{dz} - EC_w \frac{d^3\phi}{dz^3} = -M_\zeta(\zeta) \quad 3.12$$

Dengan mensubstitusikan persamaan 3.7, 3.8, 3.9, dan persamaan 3.3 kedalam persamaan 3.10, 3.11 dan 3.12 didapat,

$$EI_x(z) \frac{d^2v}{dz^2} = -M_x(z) \quad 3.13$$

$$EI_y(z) \frac{d^2u}{dz^2} = -M_x(z) \phi \quad 3.14$$

$$GJ(z) \frac{d\phi}{dz} - EC_w(z) \frac{d^3\phi}{dz^3} = -\left(M_x(z) \frac{du}{dz} + P u \frac{dv}{dz} \right) \quad 3.15$$

Dengan substitusi persamaan 3.1 ke dalam 3.13, 3.14 dan 3.15 didapat,

$$EI_x(z) \frac{d^2v}{dz^2} + P v = -M f(z) \quad 3.16$$

$$EI_y(z) \frac{d^2u}{dz^2} = -M f(z) \phi \quad 3.17$$

$$GJ(z) \frac{d\phi}{dz} - EC_w(z) \frac{d^3\phi}{dz^3} = -\left(M_x(z) \frac{du}{dz} + P u \frac{dv}{dz} \right) \quad 3.18$$

BAB IV SOLUSI NUMERIK TEKUK TORSI LATERAL BALOK KOLOM

4.1. Persamaan Diferensial

Mencari penyelesaian masalah tekuk torsi lateral artinya mencari besarnya momen kritis yaitu besarnya momen lentur yang membuat balok dapat seimbang dalam lebih dari satu konfigurasi (teori bifurkasi). Penyelesaian tersebut didapat dengan menyelesaikan persamaan diferensial 3.13; 3.14; 3.15, disini dikutip.

$$EI_x(z) \frac{d^2 v}{dz^2} + P v = -M(z) \quad 4.1$$

$$EI_y(z) \frac{d^2 u}{dz^2} + P u = -(M(z) + P v) \phi \quad 4.2$$

$$GJ(z) \frac{d\phi}{dz} - E C_w(z) \frac{d^3 \phi}{dz^3} = (M(z) + P v) \frac{du}{dz} - P u \frac{dv}{dz} \quad 4.3$$

Dalam persamaan (4.1), (4.2), (4.3),

E adalah modulus elastisitas

G adalah modulus geser

I_x adalah momen inersia penampang terhadap sumbu kuat

I_y adalah momen inersia penampang terhadap sumbu lemah

J adalah konstanta torsi

C_w adalah konstanta *warping*

I_x , I_y , J dan C_w adalah fungsi dari z.

$$I_x = EI_x(z)$$

$$I_y = EI_y(z)$$

$$J = GJ(z)$$

$$C_w = C_w(z)$$

Dalam persamaan 4.1; 4.2 dan 4.3 $M(x)$ adalah momen lentur kritis yang belum diketahui, tetapi distribusinya diketahui. Misalnya bila beban berupa beban merata maka distribusinya adalah parabola, tetapi amplitudonya belum diketahui. Oleh karena itu momen lentur akibat beban transversal tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$M_x^0(z) = M f(z) \tag{4.4}$$

Agar dapat dikerjakan, persamaan 4.3 diturunkan satu kali terhadap z .

$$GJ(z) \frac{d^2 \phi}{dz^2} - E C_w(z) \frac{d^4 \phi}{dz^4} = M(z) \frac{d^2 u}{dz^2} + P v \frac{d^2 u}{dz^2} + P \frac{dv}{dz} \frac{du}{dz} - P u \frac{d^2 v}{dz^2} - P \frac{du}{dz} \frac{dv}{dz}$$

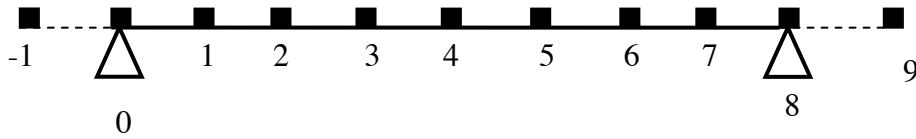
Setelah disederhanakan didapat persamaan

$$GJ(z) \frac{d^2 \phi}{dz^2} - E C_w(z) \frac{d^4 \phi}{dz^4} = M(z) \frac{d^2 u}{dz^2} + P v \frac{d^2 u}{dz^2} - P u \frac{d^2 v}{dz^2} \tag{4.5}$$

4.2. Perumusan beda hingga

Perumusan beda hingga adalah sepenuhnya sama dengan perumusan beda hingga untuk balok prismatic [Wijaya, 2012]. Karena perumusan beda hingga tidak tergantung pada besaran penampang. Maka disini dikutip kembali subbab 4.2 dari laporan penelitian sebelumnya tentang balok kolom prismatic.

Persamaan 4.1 bersifat uncoupled, sedangkan persamaan 4.2 dan 4.5 bersifat coupled, namun kedua persamaan tersebut membutuhkan penyelesaian persamaan 4.1. Ketiga persamaan tersebut akan diselesaikan secara berurutan dengan menggunakan metode beda hingga. Dengan metode beda hingga, domain balok dibagi menjadi sejumlah NN titik diskret. Sebagai ilustrasi pada Gambar 4.1 domain balok dibagi menjadi 8 bagian dengan 9 titik diskret. Masing masing beri nomor secara berurutan dari nol sampai dengan NN . . Karena kedua ujungnya ditumpu, perpindahan u , v dan ϕ pada tumpuan tersebut nol. Banyaknya titik yang perpindahannya belum diketahui adalah N . Jarak antara titik diskrit adalah konstan yaitu Δ . Ilustrasi pada Gambar 4.1 adalah bila balok dibagi menjadi delapan bagian. Dalam hal ini $NN=9$, $N=7$.



Gambar 4.1. Ilustrasi titik diskrit

Untuk keperluan persamaan kondisi batas diperlukan titik fiktif diluar balok yaitu, titik -1 dan titik NN+1. Karena titik 0 dan titik NN ditumpu sendi dan rol maka nilai perpindahan dititik tersebut adalah nol. Perpindahan vertical balok v adalah fungsi z dan turunannya terhadap z dinyatakan dalam beda hingga adalah sebagai berikut,

$$\frac{dv}{dz} = \frac{v_{i+1} - v_{i-1}}{2\Delta} \quad 4.6$$

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{v_{i+1} - 2v_i + v_{i-1}}{\Delta^2} \quad 4.7$$

$$\frac{d^4v}{dz^4} = \frac{v_{i+2} - 4v_{i+1} + 6v_i - 4v_{i-1} + v_{i-2}}{\Delta^4} \quad 4.8$$

Syarat batas yaitu adalah bahwa perpindahan pada tumpuan adalah nol dan warping pada tumpuan tidak ditahan. Maka turunan kedua rotasi punter ϕ adalah nol.

Di titik 0 :

$$v_o = 0 \quad 4.9$$

$$\left(\frac{d^2v}{dz^2} \right)_o = 0 \quad 4.10$$

Dari persamaan 4.10 didapat,

$$v_{-1} = v_1 \quad 4.11$$

Analog dengan titik 0, syarat batas di titik NN,

$$v_{NN} = 0 \quad 4.12$$

$$\left(\frac{d^2 v}{dz^2} \right)_{NN} = 0 \quad 4.13$$

Dan dari persamaan 4.13 didapat,

$$v_{N+2} = -v_N \quad 4.14$$

Bila persamaan beda hingga untuk turunan pertama balok tersebut diterapkan untuk tiap titik diskrit dengan memperhatikan syarat batas maka akan didapat vector turunan pertama,

$$\left\{ \frac{dv}{dz} \right\} = \frac{1}{2\Delta} \underline{\mathbf{D}}_1 \underline{\mathbf{v}} \quad 4.15$$

Dengan $\left\{ \frac{dv}{dz} \right\}$ adalah vector turunan perpindahan v di titik diskrit, $\underline{\mathbf{v}}$ adalah vector perpindahan di titik diskrit. $\underline{\mathbf{D}}_1$ adalah operator diferensial beda hingga turunan pertama. Untuk ilustrasi pada Gambar 4.1, Vektor perpindahan titik diskrit adalah sebagai berikut,

$$\underline{\mathbf{v}} = \left\{ \begin{array}{c} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \end{array} \right\} \quad 4.16$$

Dan vector turunan pertama titik diskrit,

$$\left\{ \frac{dv}{dz} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \left(\frac{dv}{dz} \right)_1 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_2 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_3 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_4 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_5 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_6 \\ \left(\frac{dv}{dz} \right)_7 \end{array} \right\} \quad 4.17$$

Untuk tujuh titik diskrit seperti pada gambar 4.1 matriks tersebut adalah sebagai berikut.

$$\underline{\underline{\mathbf{D}_1}} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad 4.18$$

Bila persamaan beda hingga untuk turunan kedua balok tersebut diterapkan untuk tiap tiap titik diskrit dengan memperhatikan syarat batas maka akan didapat persamaan,

$$\left\{ \frac{d^2v}{dz^2} \right\} = \frac{1}{\Delta^2} \underline{\underline{\mathbf{D}_2}} \underline{\underline{\mathbf{v}}} \quad 4.19$$

Untuk tujuh titik diskrit seperti pada gambar 4.1, matriks operator diferensial diskrit ordo ke dua adalah sebagai berikut.

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad 4.20$$

Bila persamaan beda hingga untuk turunan keempat balok tersebut diterapkan untuk tiap tiap titik diskrit dengan memperhatikan syarat batas maka akan didapat persamaan,

$$\left\{ \frac{d^4 v}{dz^4} \right\} = \frac{1}{\Delta^2} \underline{\underline{\mathbf{D}}}_4 v \quad 4.21$$

Dengan $\underline{\underline{\mathbf{D}}}_4$ adalah matriks operator diferensial turunan ke empat. Untuk tujuh titik diskrit seperti pada gambar 4.1, matriks operator diferensial diskrit ordo ke empat adalah sebagai berikut.

$$\underline{\underline{\mathbf{D}}}_4 = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix} \quad 4.22$$

Operator diferensial beda hingga pada persamaan 4.18 ; 4.20; 4.22 telah memperhitungkan kondisi batas. Persamaan 4.16 sampai dengan 4.20 berlaku juga untuk perpindahan u dan ϕ

Operator diferensial tersebut akan digunakan untuk membahas penyelesaian stabilitas balok.

4.3. Penerapan metode beda hingga pada persamaan stabilitas balok kolom

Dibawah ini diuraikan bagaimana menerapkan metode beda hingga untuk persamaan 4.1; 4.2 dan 4.4. Prosedur penyelesaian adalah sebagai berikut. Mula mula persamaan 4.1 akan diselesaikan terlebih dahulu dengan menggunakan metode beda hingga. Dengan penyelesaian ini perpindahan v pada titik diskrit dinyatakan dalam amplitude momen lentur M dan disimpan dalam vektor \underline{v} .

Kemudian persamaan 4.2 diformulasikan secara beda hingga yang didalamnya mengandung vector \underline{v} . diselesaikan, menghasilkan perpindahan u Selanjutnya v dan u yang sudah didapat disubstitusikan kedalam persamaan

Penyelesaian persamaan 4.1

Persamaan 4.1 dibagi EI_x

$$\frac{d^2 v}{dz^2} + \frac{P}{EI_x(z)} v = -\frac{M(z)}{EI_x(z)} \quad 4.23$$

Dengan menerapkan metode beda hingga terhadap persamaan 4.23 akan didapat persamaan,

$$\frac{1}{\Delta^2} \mathbf{D}_{=2} \underline{v} + \left\{ \frac{P v}{EI_x} \right\} = - \left\{ \frac{f}{EI_x} \right\} M \quad 4.24$$

Ruas kanan dan ruas kiri persamaan 4.24 dikalikan Δ^2 . Ruas kiri digabungkan dan ruas kanan dikalikan $\frac{EI_{x0}}{EI_{x0}}$ sehingga persamaan 4.24 menjadi,

$$\left[\mathbf{D}_{=2} + \left[\frac{P\Delta^2}{EI_x} \right] \right] \underline{v} = - \left\{ \frac{f \Delta^2 EI_{x0}}{EI_x} \right\} \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.25$$

I_{x0} adalah momen inersia penampang terhadap sumbu x yang terbesar diantara semua titik diskrit.

$\left[\frac{P\Delta^2}{EI_x} \right]$ adalah matriks diagonal yang elemenmya $\frac{P\Delta^2}{EI_{xi}}$ pada masing masing titik diskrit.

Untuk selanjutnya notasi $\left[\quad \right]$ akan digunakan untuk matriks diagonal.

Dari persamaan 4.25 dapat dihitung nilai \underline{v} dan dinyatakan dalam variabel M yaitu,

$$\underline{v} = - \left[\mathbf{D}_{=2} + \left[\frac{P \Delta^2}{EI_x} \right] \right]^{-1} \left\{ \frac{f \Delta^2 EI_{x0}}{EI_x} \right\} \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.26$$

Sehingga dapat ditulis,

$$\underline{v} = -\underline{v}^* \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.27$$

Dengan,

$$\underline{v}^* = \left[\underline{D}_2 + \frac{P\Delta^2}{EI_x} \underline{I} \right]^{-1} \left\{ \frac{f\Delta^2 EI_o}{EI_x} \right\} \quad 4.28$$

Turunan dari v pada titik diskrit dapat diperoleh dengan mengalikan operator diferensial beda hingga dengan vector v .

Persamaan 4.25 menyatakan perpindahan titik diskrit v dalam M .

Untuk turunan pertama,

$$\left\{ \frac{dv}{dz} \right\} = -\frac{1}{2\Delta} \underline{D}_1 \underline{v}^* \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.29$$

Persamaan 4.29 ditulis sebagai berikut,

$$\left\{ \frac{dv}{dz} \right\} = -\frac{1}{2\Delta} \left\{ \frac{dv^*}{dz} \right\} \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.30$$

Dengan,

$$\left\{ \frac{dv^*}{dz} \right\} = \underline{D}_1 \underline{v}^* \quad 4.31$$

Dengan cara yang sama, untuk turunan kedua didapat,

$$\left\{ \frac{d^2v}{dz^2} \right\} = -\frac{1}{\Delta^2} \left\{ \frac{d^2v^*}{dz^2} \right\} \frac{M}{EI_{x0}} \quad 4.32$$

Dengan,

$$\left\{ \frac{d^2v^*}{dz^2} \right\} = \underline{D}_2 \underline{v}^* \quad 4.33$$

Menyelesaikan persamaan 4.2

Selanjutnya dicari penyelesaian persamaan 4.2. Mula mula persamaan 4.2 dibagi dengan EI_y , didapat,

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{P}{EI_y(z)} u = - \left(\frac{M(z)}{EI_y(z)} + \frac{P}{EI_y(z)} v \right) \phi \quad 4.34$$

Dengan menerapkan metode beda hingga pada persamaan 4.34 didapat persamaan matriks sebagai berikut,

$$\frac{1}{\Delta^2} \underline{D}_2 \underline{u} + \left\{ \frac{P}{EI_y} \underline{u} \right\} = -M \left\{ \frac{f \phi}{EI_y} + \frac{P}{EI_y} \frac{v^*}{EI_{x0}} \phi \right\} \quad 4.35$$

Ruas kanan dikalikan $\frac{EI_{y0}}{EI_{y0}}$ didapat,

$$\frac{1}{\Delta^2} \underline{D}_2 \underline{u} + \left\{ \frac{P}{EI_y} \underline{u} \right\} = - \frac{M}{EI_{y0}} \left\{ \frac{f EI_{y0} \phi}{EI_y} + \frac{P v^* EI_{y0}}{EI_y EI_{x0}} \phi \right\} \quad 4.36$$

Kedua suku ruas kiri digabungkan. Ruas kanan terdiri atas bilangan yang diketahui dan variable ϕ yang belum diketahui. Ruas kanan ditulis dalam bentuk sebuah matriks kali vector $\underline{\phi}$,

$$\left[\underline{D}_2 + \left\{ \frac{P \Delta^2}{EI_y} \right\} \right] \underline{u} = - \frac{M}{EI_{y0}} \left[\frac{f EI_{y0} \Delta^2}{EI_y} + \frac{P v^* EI_{y0} \Delta^2}{EI_y EI_{x0}} \right] \underline{\phi} \quad 4.37$$

Dengan menyelesaikan persamaan 4.37, vector perpindahan \underline{u} dapat dihitung, dinyatakan dalam M dan ϕ .

$$\underline{u} = - \frac{M}{EI_{y0}} \left[\underline{D}_2 + \left\{ \frac{P \Delta^2}{EI_y} \right\} \right]^{-1} \left[\frac{f EI_{y0} \Delta^2}{EI_y} + \frac{P v^* EI_{y0} \Delta^2}{EI_y EI_{x0}} \right] \underline{\phi} \quad 4.38$$

Persamaan 4.38 dapat ditulis sebagai berikut,

$$\underline{u} = -\frac{M}{EI_{y_0}} \left[\underline{u}^* \right] \underline{\phi} \quad 4.39$$

Dimana,

$$\left[\underline{u}^* \right] = \left[\underline{D}_{=2} + \left[\frac{P\Delta^2}{EI_y} \right] \right]^{-1} \left[\frac{f EI_{y_0} \Delta^2}{EI_y} + \frac{P v_i^* EI_{y_0} \Delta^2}{EI_y EI_{x_0}} \right] \quad 4.40$$

Dalam persamaan 4.28, matriks $\left[\frac{f EI_{y_0} \Delta^2}{EI_y} + \frac{P v_i^* EI_{y_0} \Delta^2}{EI_y EI_{x_0}} \right]$ adalah matriks diagonal dengan

elemen $\frac{f_i EI_{y_0} \Delta^2}{EI_{y_i}} + \frac{P v_i^* EI_{y_0} \Delta^2}{EI_{y_i} EI_{x_0}}$

Index i adalah nomor titik diskrit.

Setelah perkalian matriks, dapat ditulis,

$$\underline{u} = -\frac{M}{EI_{y_0}} \left[\underline{u}^* \right] \underline{\phi} \quad 4.41$$

Dengan,

$$\left[\underline{u}^* \right] = \left[\underline{D}_{=2} + \left[\frac{P\Delta^2}{EI_y} \right] \right]^{-1} \left[\frac{f \Delta^2 EI_{y_0}}{EI_{y_i}} + \frac{P v_i^* \Delta^2 EI_{y_0}}{EI_{y_i} EI_{x_0}} \right] \quad 4.42$$

Vektor turunan pertama u di titik diskrit diperoleh dengan mengalikan operator diferensial beda hingga turunan pertama dengan vector u,

$$\left\{ \frac{du}{dz} \right\} = -\frac{1}{2\Delta} \underline{D}_{=1} \underline{u}^* \underline{\phi} \frac{M}{EI_{y_0}} \quad 4.43$$

Setelah perkalian matriks didapat,

$$\left\{ \frac{du}{dz} \right\} = -\frac{1}{2\Delta} \left[\frac{du^*}{dz} \right] \underline{\phi} \frac{M}{EI_{y_0}} \quad 4.44$$

Dengan,

$$\left[\frac{du^*}{dz} \right] = D_1 u^* \quad 4.45$$

Dengan cara yang sama vektor turunan kedua u diperoleh dengan mengalikan operator diferensial beda hingga turunan kedua dengan vector u,

$$\left\{ \frac{d^2u}{dz^2} \right\} = -\frac{1}{\Delta^2} D_2 u^* \phi \frac{M}{EI_{y_0}} \quad 4.46$$

Setelah perkalian matriks didapat,

$$\left\{ \frac{d^2u}{dz^2} \right\} = -\frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{d^2u^*}{dz^2} \right] \phi \frac{M}{EI_{y_0}} \quad 4.47$$

Menyelesaikan persamaan 4.5

Selanjutnya menyelesaikan persamaan 4.5.

$$GJ(z) \frac{d^2\phi}{dz^2} - EC_w(z) \frac{d^4\phi}{dz^4} = M(z) \frac{d^2u}{dz^2} + P v \frac{d^2u}{dz^2} - P u \frac{d^2v}{dz^2} \quad 4.5$$

Dengan menerapkan persamaan beda hingga didapat persamaan,

$$\frac{1}{\Delta^2} [GJ] D_2 \phi - \frac{1}{\Delta^4} [EC_w] D_4 \phi = M \left\{ f \frac{d^2u}{dz^2} \right\} + M \left\{ P \frac{v^*}{EI_{x_0}} \frac{d^2u}{dz^2} \right\} - \left\{ P u \frac{d^2v}{dz^2} \right\} \quad 4.48$$

Persamaan 4.48 ditulis sebagai berikut,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta^2} [GJ] D_2 \phi - \frac{1}{\Delta^4} [EC_w] D_4 \phi = \\ & M [f] \left\{ \frac{d^2u}{dz^2} \right\} + M \left[P \frac{v^*}{EI_{x_0}} \right] \left\{ \frac{d^2u}{dz^2} \right\} - \left[P \frac{d^2v}{dz^2} \right] \{ u \} \end{aligned} \quad 4.49$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta^2} [GJ] \underline{D}_2 \underline{\phi} - \frac{1}{\Delta^4} [EC_w] \underline{D}_4 \underline{\phi} = -M [f] \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] \underline{\phi} \frac{M}{EI_{yo}} \\ - M \frac{1}{\Delta^2} \left[P \frac{v^*}{EI_{xo}} \right] \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] \underline{\phi} \frac{M}{EI_{yo}} - M \frac{1}{\Delta^2} \left[\frac{P}{EI_{xo}} \frac{d^2 v^*}{dz^2} \right] \left[u^* \right] \underline{\phi} \frac{M}{EI_{yo}} \end{aligned} \quad 4.50$$

Substitusi persamaan 4.32 dan 4.47 ke dalam persamaan 4.50 didapat,

$$\begin{aligned} \Delta^2 [GJ] \underline{D}_2 \underline{\phi} - [EC_w] \underline{D}_4 \underline{\phi} = -\frac{M^2}{EI_{yo}} \Delta^2 [f] \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] \underline{\phi} \\ - \frac{M^2}{EI_{yo}} \Delta^2 \left[P \frac{v^*}{EI_{xo}} \right] \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] \underline{\phi} - \frac{M^2}{EI_{yo}} \Delta^2 \left[\frac{P}{EI_{xo}} \frac{d^2 v^*}{dz^2} \right] \left[u^* \right] \underline{\phi} \end{aligned} \quad 4.51$$

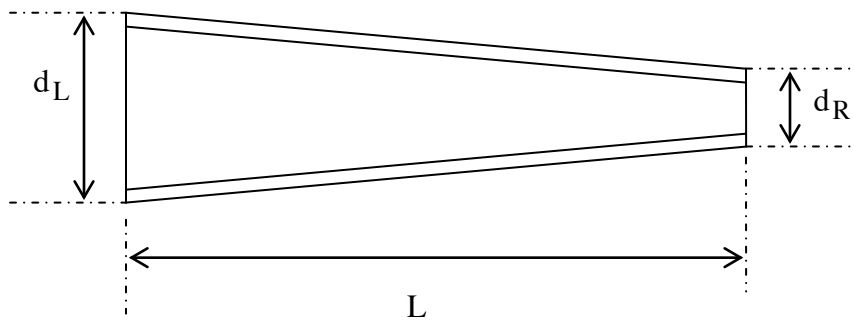
$$\begin{aligned} \Delta^2 \left[[GJ] \underline{D}_2 - [EC_w] \underline{D}_4 \right] \underline{\phi} = \\ - \frac{M^2}{EI_{yo}} \Delta^2 \left[[f] \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] + \left[P \frac{v^*}{EI_{xo}} \right] \left[\frac{d^2 u^*}{dz^2} \right] + \left[\frac{P}{EI_{xo}} \frac{d^2 v^*}{dz^2} \right] \left[u^* \right] \right] \underline{\phi} \end{aligned} \quad 4.52$$

Matriks $[f]$ adalah matriks diagonal yang elemen diagonalnya adalah fungsi distribusi momen $f(z)$ di titik diskrit.

Persamaan 4.52 adalah merupakan masalah nilai Eigen dengan nilai Eigen $\frac{M^2}{EI_{yo}}$ adalah menggunakan metode pangkat akan didapat didapat momen kritis.

BAB V HASIL ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Analisis dengan menggunakan metode beda hingga telah diterapkan untuk menghitung balok kolom web tapered dengan penampang berbentuk I sebagaimana diilustrasikan pada Gambar 5.1. Panjang balok L adalah 800 cm. Ketinggian web ujung kiri d_L dan ketinggian web ujung kanan d_R divariasikan. Kondisi batas ujung balok tersebut adalah rotasi ditahan dan warping tidak ditahan.



Gambar 5.1. Skema balok yang dianalisis.

Balok yang dianalisis mempunyai dimensi sebagaimana dalam Table 5.1.

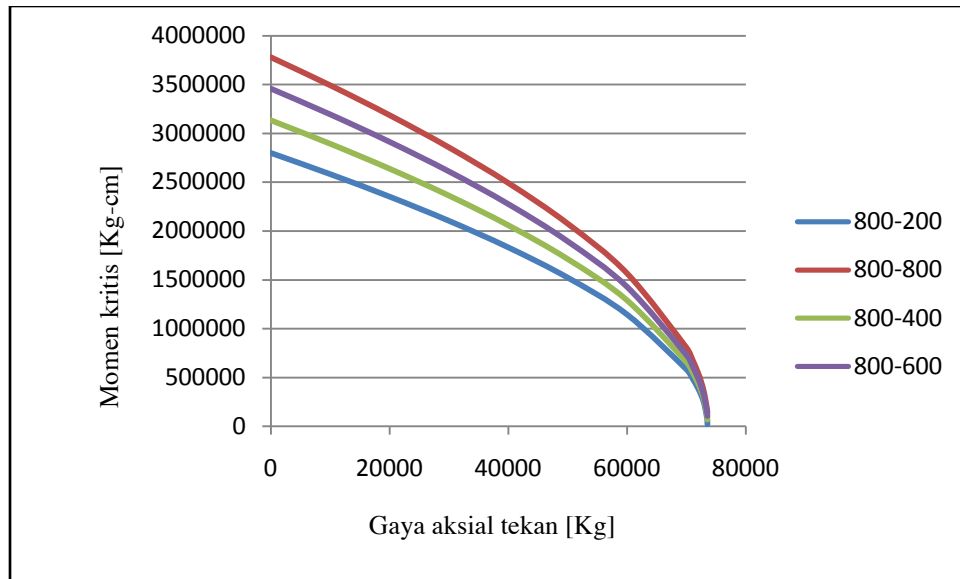
Tabel 5.1. Tabel balok yang dianalisis

Nama	L [meter]	d_L [cm]	d_R [cm]	t_w [cm]	t_f [cm]
Balok 1	800	80	80	1,1	1,7
Balok 2	800	80	60	1,1	1,7
Balok 3	800	80	40	1,1	1,7
Balok 4	800	80	20	1,1	1,7
Balok 5	800	70	70	1,1	1,7
Balok 6	800	70	50	1,1	1,7
Balok 7	800	70	30	1,1	1,7
Balok 8	800	70	10	1,1	1,7

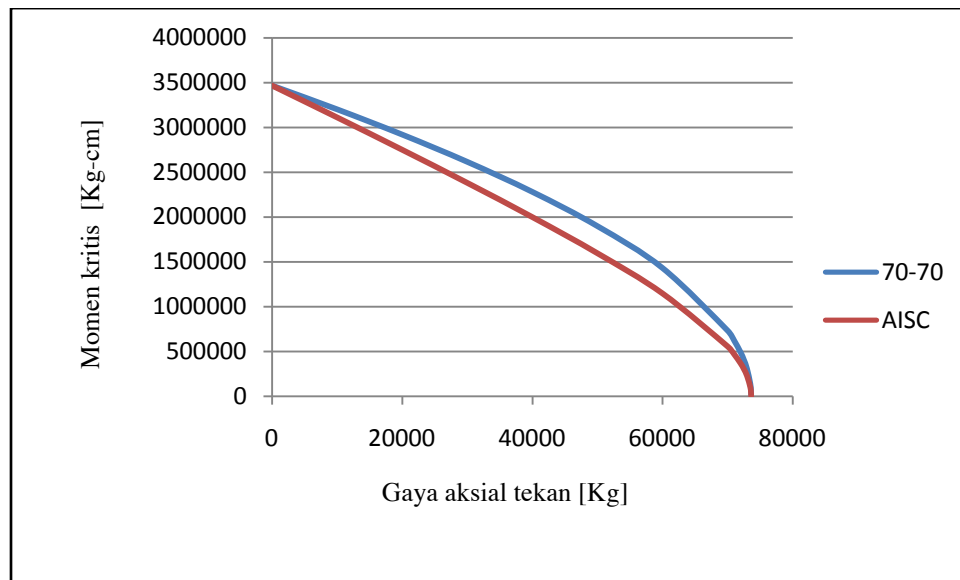
Hasil analisis ditampilkan dalam Gambar 5.2 sampai dengan Gambar 5.6 dalam bentuk kurva interaksi antara momen kritis dan gaya aksial tekan. Gaya aksial tekan tanpa momen lentur, momen kritis tanpa gaya aksial tekan maupun momen kritis dikombinasi dengan gaya aksial tekan didapat dari analisis dengan metode beda hingga. Kurva interaksi sebagaimana ditampilkan dalam gambar tersebut menunjukkan keserupaan dalam bentuk.

Gambar 5.2 menyajikan kurva interaksi antara momen kritis dan gaya aksial tekan untuk balok dengan tinggi web ujung kiri 80 cm dan tinggi web ujung kanan berturut turut 80 cm, 60 cm, 40 cm dan 20 cm.

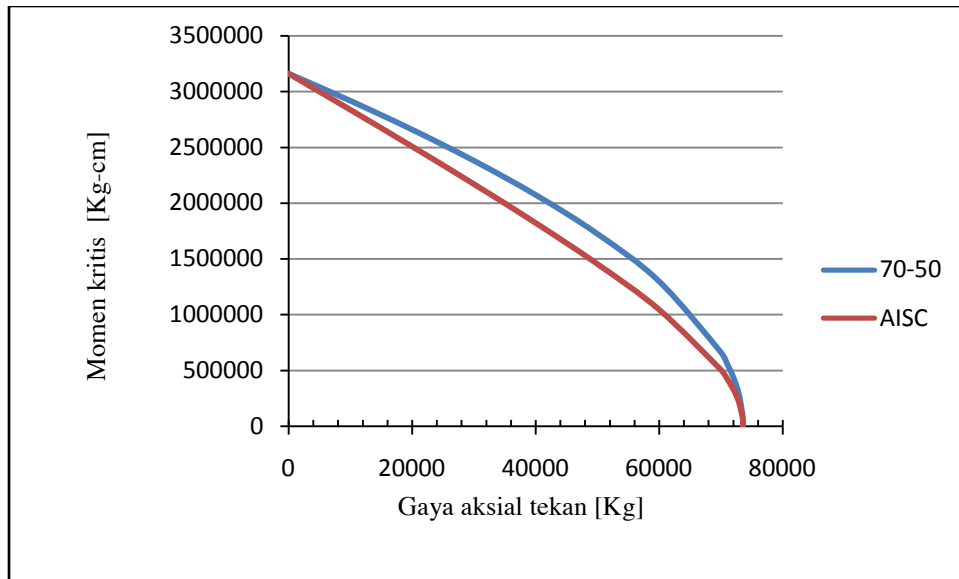
Gambar 5.3 sampai dengan Gambar 5.5 sampai dengan 5.6 menyajikan kurva interaksi momen kritis dan gaya aksial yang didapat dari analisis beda hingga dan dari persamaan AISC dimana untuk persamaan interaksi AISC 2010 besarnya momen kritis tanpa gaya aksial dan gaya aksial kritis tanpa momen lentur diperoleh dari metode beda hingga. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa kurva yang diperoleh dari persamaan interaksi AISC 2010 berada dibawah tetapi dekat dengan kurva interaksi dari metode beda hingga. Dari gambar ini dapat disimpulkan bahwa persamaan interaksi tersebut dapat digunakan untuk balok web tapered asalkan momen kritis tanpa gaya aksial dan gaya aksial kritis tanpa momen lentur bisa didapatkan.



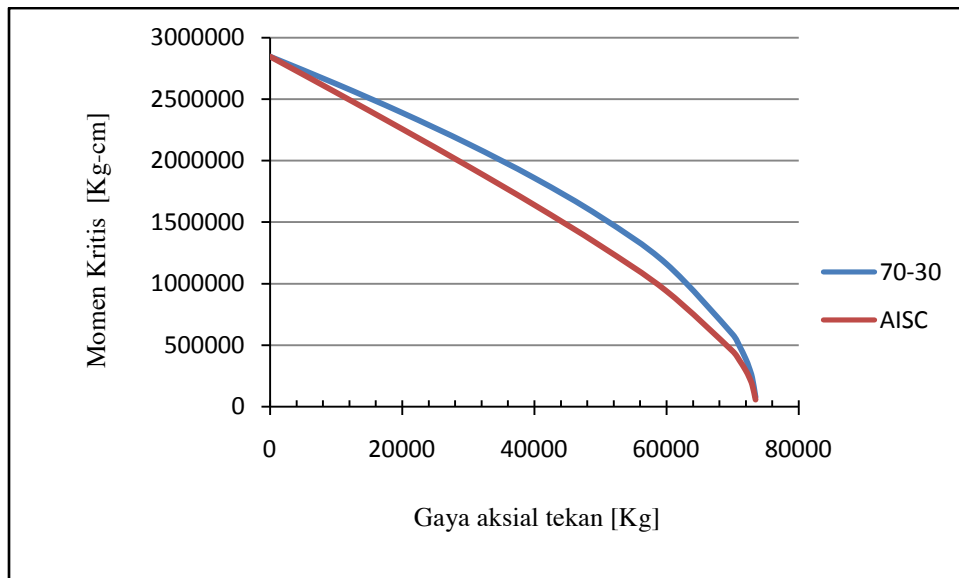
Gambar 5.2. Kurva interaksi momen kritis – gaya aksial tekan
Untuk balok dengan berbagai variasi taper web



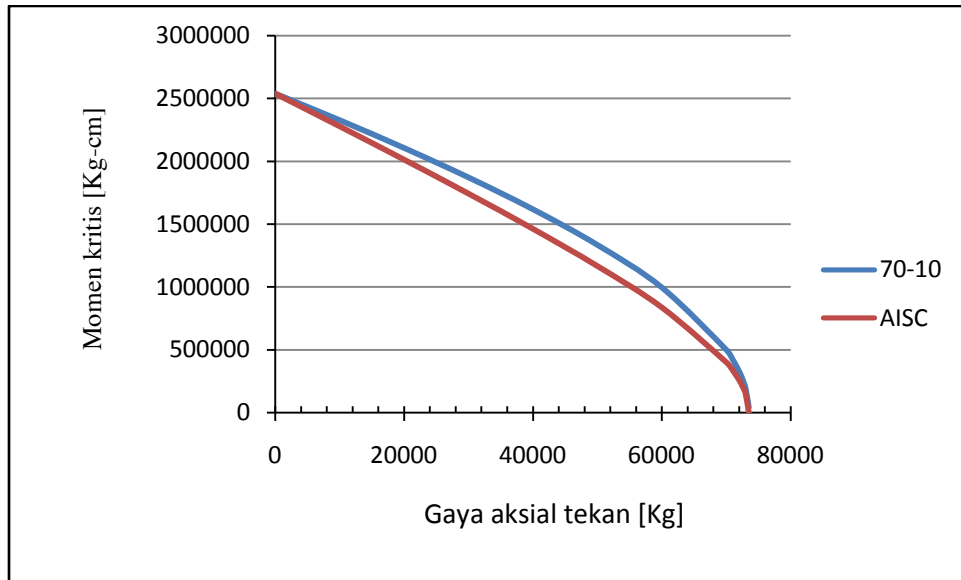
Gambar 5.3 Kurva interaksi momen kritis – gaya aksial untuk
 d_L 70 cm dan d_R 70 cm hasil metode beda hingga dan persamaan AISC



Gambar 5.4. Kurva interaksi momen kritis – gaya aksial tekan untuk $d_L = 70$ cm dan $d_R = 50$ cm dari hasil beda hingga dan persamaan AISC



Gambar 5.5. Kurva interaksi momen kritis dan gaya aksial tekan untuk $d_L=70$ cm dan $d_R=30$ cm dari hasil beda hingga dan persamaan AISC.



Gambar 5.6. Kurva interaksi momen kritis dan gaya aksial tekan untuk $d_L=70$ cm dan $d_R=10$ cm dari hasil beda hingga dan persamaan AISC.

BAB VI KESIMPULAN

Dari studi yang telah dilakukan dapat ditarik beberapa kesimpulan

1. Telah berhasil didapatkan prosedur penyelesaian persamaan diferensial stabilitas balok I web tapered dengan menggunakan metode beda hingga.
2. Persamaan H1-2 AISC dapat digunakan untuk memprediksi stabilitas balok yang mengalami momen lentur dan gaya aksial tekan bila gaya tekan kritis balok nonprismatis dan momen kritis balok nonprismatis dapat diperoleh.

Saran untuk penelitian selanjutnya

Metode penelitian yang telah dikembangkan dapat dilanjutkan untuk studi stabilitas balok tidak prismatis.

DAFTAR PUSTAKA

American Institute of Steel Construction (AISC) [2010], "Specification for Structural Steel Buildings", Chicago.

Chayes, (1974), "Principles of Structural Stability Theory", Prentice Hall, Inc.

Galambos, T.V., Surovek A.E., (2008), "Structural Stability of Steel, Concept and Application for Structural Engineers", John Wiley and Sons, New Jersey, Canada.

Salmon, C.G., Johnson J.E., (2009), "Steel Structures, Design and Behavior", Prentice Hall.

Miller, B.S., (2003), Behavior of Web Tapered Built-Up I Shapes Beams, Thesis MSc, University of Pittsburgh, School of Engineering, 2003.

Park, J.S., Kang, Y.J., Lateral Buckling of Step Beams under Linear Moment Gradient, Steel Structures. 2004, pp. 71-81.

Raftoyiannis, I.G., Adamakos, T. Critical Lateral Torsional Buckling Moments of Steel Web Tapered I-Beams, (2010), The Open Construction and Building Technology Journal, 2010, 4, pp. 105-112,

Sapalas, P., Samofalov, M., Saraskinas, V. FEM Stability of Tapered Beam Column, Journal Of Civil Engineering and Beam Column, 2005, Vol 11 No 3, pp. 211-216,

Timoshenko, Gere, Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1963

APPENDIX A

PROGRAM KOMPUTER

C Last change: PKW 2 Dec 112 4:14 pm
C FINITE DIFFERENCE FOR LATERAL TORSIONAL BUCKLING ANALYSIS OF NON
C PRISMATIC BEAM-COLUMN
C PROGRAM INI MENGGUNAKAN PERS DIFF KETIGA LTB YANG TELAH
C DIDIFERENSIALKAN (DALAM TURUNAN ORDO 4)

```
COMMON /MATA/A(400,400)
COMMON /MATB/B(400,400)
COMMON /MATC/C(400,400)
COMMON /MATD/D(400,400)
COMMON /MATC1/C1(400,400)
C COMMON /MATXJ/ XJ(400,400)
COMMON /MATAI/AI(400,400)
C COMMON /MATH/ H(400,400)
COMMON /MATL/ L(400,400)
COMMON /PROP/XL,DL,DR,DT,BF,TF,TW
COMMON /INERTIA/ IX(400),IY(400),JS(400),CW(400)
COMMON /NPRISM/ X(400),DX(400),HX(400)
COMMON /MOMENT/XM(400),ALIY(400),M1(400),M2(400)
COMMON /MOMENTS/ XMS(400)
COMMON /EIGVEC/ FI(400),F1(400)
COMMON /PARA/ NNP,NE,NJ,DELX
COMMON /LOAD/ NL,XMA,XMB,M0
COMMON /MATERIAL/ ES,XNU,GS
COMMON /JTN/ JT(400),JC(400)
COMMON /AXIAL/ P
COMMON /VEKR/ R1(400)
COMMON /U/ U(400,400),U1(400,400),U2(400,400)
COMMON /V/ V(400),V1(400),V2(400),DV(400)
COMMON /OPR/ D1(400,400),D2(400,400),D4(400,400)
C COMMON /ALFA/ ALFI(400),ALFJ(400),ALFW(400),BETA(400)
COMMON /BETA/BETA(400)
REAL*8 A,B,C,D,C1,XL,DL,DR,BF,TF,TW,IX,IY,JS,CW,DX,HX,ES,XNU,GS,AI
REAL*8 XM,DM,XMA,XMB,ALIY,FI,EIG,XMCR2,XMCR,XMS,P,IXF,IXW,M1,M2
REAL*8 M0,AA,CC,DD,L,IX0,IY0,V,DV,U,BETA
REAL*8 D1,D2,D4,V1,V2,U1,U2

OPEN (6,FILE='LTBC.DAT',STATUS='OLD')
OPEN (7,FILE='LTBC.OUT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN (8,FILE='MATRIX.CEK',STATUS='UNKNOWN')
OPEN (9,FILE='DATA.OUT',STATUS='UNKNOWN')

C MEMBACA TIPE WEB TAPERED
READ (6,*) NNP
C MEMBACA DATA PENAMPANG DAN MATERIAL

IF (NNP.EQ.1) THEN
```

```

    READ (6,*) DL,DR,BF,TF,TW,XL,ES,XNU
    ELSEIF(NNP.EQ.2) THEN
        READ (6,*) DL,DT,DR,BF,TF,TW,XL,ES,XNU
    ENDIF

```

C MEMBACA DATA BANYAKNYA MESH

```

    READ (6,*) NE

```

C NE = NUMBER OF NODE (INCLUDING END SUPPORT)

```

    NN = NE + 1

```

C KODE TIPE KETIDAKPRISMATISAN ;

C NNP = 1 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR KE UJUNG KANAN

C NNP = 2 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR KE TENGAH BENTANG DAN MENGECIL KE UJUNG KANAN

C NNP = 3 WEB TAPERED -> TINGGI PROFIL LINIER DARI UJUNG KIRI MEMBESAR KE TITIK SEJARAK A DARI KIRI,

C KONSTAN KE TITIK SEJARAK A DARI KIRI MEMBESAR KE TENGAH DAN

C MENGECIL KE TITIK SEJARAK A DARI KANAN.

C KODE BEBAN : NL=1 = END MOMENT ; XMA = MOMEN UJUNG KIRI ; XMB = MOMEN UJUNG KANAN

C NL = 2 = BEBAN MERATA ; XMA DAN XMB DIISI NOL

C NL = 3 = BEBAN TERPUSAT DITENGAH ; XMA DAN XMB DIISI NOL

C MEMBACA DATA BEBAN

```

    READ (6,*) NL,XMA,XMB

```

```

    READ (6,*) P

```

C LATERAL SUPPORT : NT = NUMBER OF LATERAL SUPPORT (INTERMEDIATE SUPPORT);

```

    READ (6,*) NT

```

C KODE ANALISIS : NA = 1 ADALAH TEKUK KOLOM; NA = 2 ADALAH LTB

```

    READ (6,*) NA

```

```

    CALL IVZERO(400,NN,JT)

```

```

    DO I=1,NT

```

```

        READ (6,*) K,JT(K)

```

```

    END DO

```

```

    JT(1) = 1

```

```

    JT(NE+1) = 1

```

```

    K = 0

```

```

    DO I=1,NN

```

```

        IF(JT(I).EQ.0) THEN

```

```

            K = K+1

```

```

            JC(I) = K

```

```

        ELSE

```

```

        ENDIF

```

```

END DO

GS = ES/(2*(1+XNU))

WRITE (8,10)
10  FORMAT ('MATRIX KODE RESTRAINT JT ')

C   CALL WRTVI(100,NN,JT,8)
    WRITE (8,15) (JT(I),I=1,NN)
15  FORMAT (15I4)

    WRITE (8,20)
20  FORMAT (//,'MATRIX KODE DISPLACEMENT JC ')
C   CALL WRTVI(100,NN,JC,8)
    WRITE (8,15) (JC(I),I=1,NN)

C SECTION PROPERTIES AT DISCRETE POINT

    DELX = XL/NE
    NJ = NE - 1 - NT

    WRITE (7,*) 'DEGREE OF FREEDOM = ', NJ

C COORDINATE OF NODE    (I = 1 adalah ujung kiri + DELX)
DO I=1,NN
    X(I) = (I-1)*DELX
END DO

C TINGGI PENAMPANG PADA TIAP MESH
DD = DR - DL
DX(1) = DL
DX(NN) = DR
DO I=2,NN-1
    DX(I) = DL + X(I)*DD/XL
END DO

DO I=1,NN
    HX(I) = DX(I) - TF
    IXF = 2*(BF*TF**3/12) + 2*(BF*TF*(0.5*(HX(I)-TF))**2)
    IXW = TW*HX(I)**3/12
    IX(I) = IXF + IXW
    IY(I) = 2*TF*BF**3/12 + (DX(I)-2*TF)*TW**3/12
    JS(I) = 2*BF*TF**3/3 + HX(I)*TW**3/3
    CW(I) = IY(I)*HX(I)**2/4
END DO

IX0 = 0.
DO I=1,NN
    IF(IX0.LT.IX(I)) THEN
        IX0 = IX(I)
    ELSE
        ENDIF
END DO

IY0 = 0.

```

```

DO I=1,NN
  IF(IY0.LT.IY(I)) THEN
    IY0 = IY(I)
  ELSE
    ENDIF
END DO

```

```

WRITE (8,*) 'IX0 = ',IX0

```

```

WRITE (8,*) 'IY0 = ',IY0

```

```

DO I=1,NN
  BETA(I) = IX(I)/IX0
END DO

```

```

WRITE (8,*)
CALL WRTV(400,NJ,BETA,8)

```

```

CALL WDATA

```

```

C MENENTUKAN JENIS ANALISIS
IF (NA.EQ.1) THEN
  CALL COLUMN()
  GO TO 500
ELSE
  END IF

```

```

C OPERATOR NUMERIK TURUNAN PERTAMA
CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,D1)

```

```

DO I=1,NJ
  IF (I.EQ.1) THEN
    D1(I,I+1) = 1
  ELSEIF(I.EQ.NJ) THEN
    D1(I,I-1) = -1
  ELSE
    D1(I,I-1) = -1
    D1(I,I+1) = 1
  END IF
END DO

```

```

WRITE (8,25)
25  FORMAT (//,'MATRIX OPERATOR NUMERIK TURUNAN PERTAMA')

```

```

CALL WRT(400,400,NJ,NJ,D1,8)

```

```

C OPERATOR NUMERIK TURUNAN KEDUA
CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,D2)
DO I=1,NJ
  IF (I.EQ.1) THEN
    D2(I,I) = -2.
    D2(I,I+1) = 1.
  ELSEIF(I.EQ.NJ) THEN

```

```

D2(I,I-1) = 1.
D2(I,I) = -2.
ELSE
D2(I,I-1) = 1.
D2(I,I) = -2.
D2(I,I+1) = 1.
END IF
END DO

```

```

WRITE (8,30)
30  FORMAT (//,'MATRIX OPERATOR TURUNAN KEDUA')
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,D2,8)

```

C OPERATOR NUMERIK TURUNAN KEEMPAT

```

CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,D4)
DO I=1,NJ
IF (I.EQ.1) THEN
D4(I,I) = 5.
D4(I,I+1) = -4.
D4(I,I+2) = 1
ELSEIF(I.EQ.2) THEN
D4(I,I-1) = -4.
D4(I,I) = 6.
D4(I,I+1) = -4.
D4(I,I+2) = 1.
ELSEIF(I.EQ.NJ) THEN
D4(I,I-2) = 1.
D4(I,I-1) = -4.
D4(I,I) = 5.
ELSEIF(I.EQ.NJ-1) THEN
D4(I,I-2) = 1.
D4(I,I-1) = -4.
D4(I,I) = 6.
D4(I,I+1) = -4.
ELSE
D4(I,I-2) = 1.
D4(I,I-1) = -4.
D4(I,I) = 6.
D4(I,I+1) = -1.
D4(I,I+2) = 1
END IF
END DO

```

```

WRITE (8,35)
35  FORMAT (//,'MATRIX OPERATOR TURUNAN KEEMPAT')
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,D4,8)

```

C ANALISIS TEKUK KOLOM

```

IF (NA.EQ.1) THEN
CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,D4)
CALL ()
END IF

```

```

C RASIO IY(I) THD IY0
C DO I=1,NN
C ALIY(I) = IY(NN)/IY(I)
C END DO

```

```

C WRITE (8,34)
C34 FORMAT (//,'RASIO IY UJUNG/IY SETEMPAT')
C WRITE (8,35) (ALIY(I),I=1,NJ)
C35 FORMAT (5(E12.5,1X))

```

```

C BENDING MOMENTS : NL = 1 -> END MOMENTS ; NL = 2 -> UNIFORMLY
DISTRIBUTED LOAD
C NL = 3 CONCENTRATED LOAD AT THE MIDDLE

```

```

C DISTRIBUSI MOMEN
IF (NL.EQ.1) THEN
  XMS(1) = XMA
  DM = XMB-XMA
  DO I=2,NN
    XMS(I) = XMA + X(I)*DM/XL
  END DO
ELSEIF(NL.EQ.2) THEN
  DO I=1,NN
    XMS(I) = 4*(X(I)/XL) - 4*(X(I)/XL)**2
  END DO
ELSEIF(NL.EQ.3) THEN
  DO I=1,NN
    IF(I.LE.(NN/2+1)) THEN
      XMS(I) = 2*X(I)/XL
    ELSEIF(I.GT.(NN/2+1)) THEN
      XMS(I) = 2*(XL-X(I))/XL
    ENDIF
  END DO
END IF

```

```

C MATRIKS XM

```

```

DO I=1,NN
  IF(JT(I).EQ.0) THEN
    IR = JC(I)
    XM(IR) = XMS(I)
  ELSE
    ENDIF
  END DO

  WRITE (8,40)
40 FORMAT (//,'MOMEN')

DO I=1,NJ
  WRITE (8,45) XM(I)
END DO
45 FORMAT (E12.5)

```

C PERSAMAAN DIFERENSIAL PERTAMA

C MENYUSUN MATRIKS A

C INITIALIZATION MATRIX A

```
C CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,A)
CALL DUP(400,400,NJ,NJ,D2,A)
```

```
AA = P*DELX**2
```

```
DO I=1,NJ
  AA = (P*DELX**2/(ES*IX(I)))
  A(I,I) = A(I,I) + AA
END DO
```

C VEKTOR MOMEN DIBAGI BETA DIDAPAT MATRIKS M1

```
DO I=1,NJ
  M1(I) = -DELX**2*XM(I)/BETA(I)
END DO
```

```
WRITE (8,50)
```

```
50 FORMAT (//,'MATRIKS M1 ')
CALL WRTV(400,NJ,M1,8)
```

C WRITE MATRIX A

```
WRITE (8,55)
```

```
55 FORMAT (//,'MATRIX A')
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,A,8)
```

C MENGHITUNG INVERSE MATRIKS A

```
CALL INVERS(400,NJ,A,AI)
WRITE (8,60)
```

```
60 FORMAT (//,'INVERSE MATRIX A')
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,AI,8)
```

C MENGALIKAN MATRIKS A INVERSE DENGAN MATRIKS M1

```
CALL MULT1(400,400,NJ,NJ,AI,M1,V)
```

C WRITE VEKTOR V

```
WRITE (8,65)
```

```
65 FORMAT (//,'VEKTOR V')
CALL WRTV(400,NJ,V,8)
```

C TURUNAN PERTAMA DARI V

```
CALL MULT1(400,400,NJ,NJ,D1,V,V1)
WRITE (8,70)
```

```
70 FORMAT (//,'VEKTOR TURUNAN PERTAMA DARI V')
CALL WRTV(400,NJ,V1,8)
```

C TURUNAN KEDUA DARI V

```
CALL MULT1(400,400,NJ,NJ,D2,V,V2)
WRITE (8,75)
```



```
75  FORMAT (//,'VEKTOR TURUNAN KEDUA DARI V')
    CALL WRTV(400,NJ,V2,8)
```

```
C PERSAMAAN DIFERENSIAL KE 2
```

```
C MENYUSUN MATRIKS B
```

```
    CALL DUP(400,400,NJ,NJ,D2,B)
```

```
    AA = P*DELX**2
```

```
    DO I=1,NJ
      AA = (P*DELX**2/(ES*IY(I)))
      B(I,I) = B(I,I) + AA
    END DO
```

```
C MENGHITUNG MATRIKS M2;
```

```
C  DO I=1,NJ
C  M2(I)= -DELX**2*XM(I)*IY(NN)/IY(I) -
C  +      DELX**2*P*V(I)*IY(NN)/(ES*IX0*IY(I))
C  END DO
```

```
C MATRIKS M2 ADALAH MATRIKS DIAGONAL, DISIMPAN DALAM BENTUK
VEKTOR
```

```
    DO I=1,NJ
      M2(I)= -DELX**2*XM(I)*IY0/IY(I) -
+      DELX**2*P*V(I)*IY0/(ES*IX0*IY(I))
    END DO
```

```
    WRITE (8,80)
```

```
80  FORMAT (//,'MATRIKS M2 ')
    CALL WRTV(400,NJ,M2,8)
```

```
C WRITE MATRIX B
```

```
    WRITE (8,85)
```

```
85  FORMAT (//,'MATRIX B')
```

```
    CALL WRT(400,400,NJ,NJ,B,8)
```

```
C INVERSE MATRIKS B DISIMPAN DALAM MATRIKS AI
```

```
    CALL INVERS(400,NJ,B,AI)
```

```
    WRITE (8,90)
```

```
90  FORMAT (//,'INVERSE MATRIX B')
    CALL WRT(400,400,NJ,NJ,AI,8)
```

```
    CALL MULTAXD(400,400,NJ,NJ,AI,M2,U)
```

```
    WRITE (8,95)
```

```
95  FORMAT (//,'VEKTOR U')
```

```
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,U,8)
```

C MENGHITUNG TURUNAN PERTAMA DAN KEDUA U

```
C CALL MULT(400,400,400,NJ,NJ,NJ,D,H,XJ)
CALL MULT(400,400,400,NJ,NJ,NJ,D1,U,U1)
CALL MULT(400,400,400,NJ,NJ,NJ,D2,U,U2)
```

```
WRITE (8,100)
```

```
100 FORMAT (//,'TURUNAN PERTAMA U')
```

```
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,U1,8)
```

```
WRITE (8,105)
```

```
105 FORMAT (//,'TURUNAN KEDUA U')
```

```
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,U2,8)
```

C PERSAMAAN DIFERENSIAL 3

C MATRIKS M3 SAMA DENGAN MATRIKS M2 KALI 2 DELTA-X

```
CALL DUP(400,400,NJ,NJ,D2,C)
```

```
DO I=1,NJ
```

```
CC = DELX**2*GS*JS(J+1)
```

```
DO J=1,NJ
```

```
C(I,J) = CC*C(I,J)
```

```
END DO
```

```
END DO
```

```
CALL DUP(400,400,NJ,NJ,D4,C1)
```

```
DO I=1,NJ
```

```
CC = ES*CW(J+1)
```

```
DO J=1,NJ
```

```
C1(I,J) = CC*C1(I,J)
```

```
END DO
```

```
END DO
```

```
CALL MINUS(400,400,NJ,NJ,C,C1)
```

```
WRITE (8,110)
```

```
110 FORMAT (//,'MATRIX C')
```

```
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,C,8)
```

```
CALL ZERO(400,400,NJ,NJ,L)
```

```
C DO I=1,NJ
```

```
C DO J=1,NJ
```

```
CC L(I,I) = -DELX**2*(XM(I)+P*V(I)/(ES*IX0))*U2(I)
```

```
C L(I,I) = DELX**2*XM(I)*U2(I) + DELX**2*P*V(I)*U2(I)/(ES*IX0)
```

```
C + + P*V1(I)*U1(I)*DELX**2/(4*ES*IX0)
```

```
CC + - P*V1(I)*DELX**2*U1(I)/(ES*IX0)
```

```
CC + - P*V(I)*DELX**2*U2(I)/(ES*IX0)
```

```
C + - P*DELX**2*U1(I)*V1(I)/(4*ES*IX0)
```

```

C   +      - P*DELX**2*U(I)*V2(I)/(ES*IX0)
C   END DO
C   END DO

C   DO I=1,NJ
C   DO J=1,NJ
C   L(I,J) = +DELX**2*(XM(I)+(P*V(I))/(ES*IX0))*U2(I,J) -
C   +      P*DELX**2*V2(I)*U(I,J)/(ES*IX0)
C   END DO
C   END DO

C   DO I=1,NJ
C   DO J=1,NJ
C   L(I,J) = +DELX**2*(XM(I))*U2(I,J)
C   END DO
C   END DO

DO I=1,NJ
C   DO J=1,NJ
L(I,I) = +DELX**2*(XM(I))*U2(I,I)
C   END DO
END DO

WRITE (8,115)
115 FORMAT (//,'MATRIX L ')
CALL WRT(400,400,NJ,NJ,L,8)

C MATRIX C DISKALA 10^-6
DO I=1,NJ
DO J=1,NJ
C(I,J) = C(I,J)/1000000.
END DO
END DO

C MATRIX L DISKALA 10^-6
DO I=1,NJ
L(I,J) = L(I,J)/1000000.
END DO

CALL EIGEN(400,NJ,C,L,FI,EIG)

DO I=1,NN
IF (JT(I).EQ.0) THEN
IR = JC(I)
FI1(I) = FI(IR)
ELSE
FI1(I) = 0
END IF
END DO

WRITE (7,120)
120 FORMAT (//,'EIGEN VECTOR')

```

```

WRITE (7,125)
125 FORMAT ('X',13X,'FI')
DO I=1,NN
  WRITE (7,130) X(I),FI(I)
END DO
130 FORMAT (2(F8.2,2X))

C MENGHITUNG MOMEN KRITIS
C XMCR2 = -ES*IY(NJ+1)*1000000/EIG
XMCR2 = ES*IY0/EIG
XMCR = SQRT(XMCR2)
WRITE (7,140) XMCR
140 FORMAT (//,'MOMEN KRITIS = ',E18.10,' KG-CM')

500 STOP
END

```

```

C SUBROUTINE MENULIS DATA
SUBROUTINE WDATA
COMMON /PROP/XL,DL,DR,DT,BF,TF,TW
COMMON /INERTIA/ IX(400),IY(400),JS(400),CW(400)
COMMON /NPRISM/ X(400),DX(400),HX(400)
COMMON /MOMENT/XM(400),ALIY(400),FI(400),M1(400),M2(400)
COMMON /PARA/ NNP,NE,NJ,DELX
COMMON /LOAD/ NL,XMA,XMB
COMMON /AXIAL/ P
COMMON /MATERIAL/ ES,XNU,GS

```

```

REAL*8 XL,DL,DR,BF,TF,TW,IX,IY,JS,CW,DX,HX,ES,XNU,GS
REAL*8 XM,XMA,XMB,ALIY,FI,P

```

```

WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG UJUNG KIRI = ',DL

```

```

IF (NNP.EQ.2) THEN
  WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG DI TENGAH = ', DT
END IF

```

```

WRITE (7,*) 'TINGGI PENAMPANG UJUNG KANAN = ',DR
WRITE (7,*) 'LEBAR FLENS = ',BF
WRITE (7,*) 'TEBAL FLENS = ',TF
WRITE (7,*) 'TEBAL WEB = ',TW
WRITE (7,*) 'PANJANG BALOK = ',XL
WRITE (7,*) 'JUMLAH MESH = ',NE

```

```

WRITE (7,*) 'MODULUS ELASTISITAS = ',ES
WRITE (7,*) 'XNU = ',XNU
WRITE (7,*) 'SHEAR MODULUS = ',GS

```

```

C MENULIS TIPE BEBAN
IF (NL.EQ.1) THEN
  WRITE (7,*) 'BEBAN END MOMENTS'

```

```

WRITE (7,*) 'MOMEN UJUNG KANAN XMA = ',XMA
WRITE (7,*) 'MOMEN UJUNG KIRI XMB = ', XMB
END IF

WRITE (7,*) 'BEBAN AXIAL TEKAN = ',P

WRITE (8,10)
10  FORMAT (//,'X',14X,'DX',12X,'HX',12X,'IY',12X,'J',13X,'CW')

DO I=1,NJ+1
  WRITE (8,20) X(I),DX(I),HX(I),IY(I),JS(I),CW(I)
END DO
20  FORMAT (6(E12.5,2X))

WRITE (8,30) NL
30  FORMAT (//,'TIPE BEBAN = ',I3)
WRITE (8,35) XMA,XMB
35  FORMAT ('XMA = ',E12.5,3X,'XMB = ',E12.5)

END SUBROUTINE

SUBROUTINE COLUMN()
COMMON /MATA/A(400,400)
C  COMMON /MATXJ/ XJ(400,400)
COMMON /MATAI/AI(400,400)
COMMON /INERTIA/ IX(400),IY(400),JS(400),CW(400)
COMMON /EIGVEC/ FI(400),FI1(400)
COMMON /PARA/ NNP,NE,NJ,DELX
COMMON /MATERIAL/ ES,XNU,GS
COMMON /JTN/ JT(400),JC(400)
COMMON /VEKR/ R1(400)
COMMON /V/ V(400),V1(400),V2(400),DV(400)
COMMON /OPR/ D1(400,400),D2(400,400),D4(400,400)
COMMON /BETA/BETA(400)
REAL*8 A,IX,IY,JS,CW,DX,HX,ES,XNU,GS,AI
REAL*8 FI,EIG
REAL*8 M0,AA,CC,DD,L,IX0,IY0,V,DV,U,BETA
REAL*8 D1,D2,D4,V1,V2,U1,U2

END SUBROUTINE

C SUBROUTINE TO COMPUTE EIGENVALUE USING POWER METHOD
SUBROUTINE EIGEN(ND1,N,A1,B1,X,EIG)
REAL*8 A1(ND1,ND1),A(ND1,ND1),X(ND1),Y(ND1),X1(ND1),AI(ND1,ND1),
+  B1(ND1,ND1),EIG

C  OPEN (6,FILE='MATRIX',STATUS='OLD')
OPEN (11,FILE='EIGEN.CEK',STATUS='UNKNOWN')

C  READ (6,*) N      ! DIMENSI MATRIX
C  READ (6,*)((A1(I,J),J=1,N),I=1,N)

```

```

C  READ (6,*)((B1(I,J),J=1,N),I=1,N)
C  READ (6,*) JI      ! BANYAKNYA ITERASI

WRITE (11,10)
10  FORMAT (//,'MATRIX A')

WRITE (11,11)((A1(I,J),J=1,N),I=1,N)
11  FORMAT (7(E12.5,2X))
WRITE (11,12)
12  FORMAT (//,'MATRIX B ')
WRITE (11,11)((B1(I,J),J=1,N),I=1,N)

WRITE (11,*)
WRITE (11,*) 'MEMANGGIL MATRIKS INVERS UNTUK A1'
CALL INVERS(ND1,N,A1,AI)
CALL MULT(ND1,ND1,ND1,N,N,N,AI,B1,A)

WRITE (11,13)
13  FORMAT (//,'INVERSE MATRIX A ')
WRITE (11,11)((AI(I,J),J=1,N),I=1,N)

WRITE (11,14)
14  FORMAT (//,'MATRIX A = AI * B')
WRITE (11,11)((A(I,J),J=1,N),I=1,N)

DO I=1,N
  X(I) = 1.
END DO

c 8 m : 0,5-8
C  DO I=1,9
C  X(I) = -1.

C  END DO

c 12 m : 4,5-4-4,5
C  DO I=1,99
C  X(I) = 1.

C  END DO

C  DO I=100,198
C  X(I) = -1.
C  END DO

C  DO I=199,N
C  X(I) = 1.
C  END DO

c  DO I=9,N
c  X(I) = 1.
c  END DO

c 12 m : 4,5-4-4,5

```

```

c DO I=1,89
c   X(I) = 1.

c END DO

c DO I=90,168
c   X(I) = -1.
c END DO

c DO I=169,N
c   X(I) = 1.
c END DO

c 12 m : 4-4-4
c DO I=1,79
c   X(I) = 1

c END DO

c DO I=80,158
c   X(I) = -1
c END DO

c DO I=159,N
c   X(I) = 1
c END DO

c DO I=1,N
c   X(I) = 1.
c END DO

c DO I=1,119
c   X(I) = 1.
c END DO

c DO I=120,N
c   X(I) = -1.
c END DO

c DO I=1,59
c   X(I) = 1.
c END DO

c DO I=59,178
c   X(I) = -1.
c END DO

c DO I=119,177
c   X(I) = 1
c END DO

c DO I=179,N
c   X(I) = 1
c END DO

```

```

JI = 40
DO J=1,JI
  CALL MULT1(ND1,ND1,N,N,A,X,Y)
  CALL NORMAL(ND1,N,Y,X1,EIG)
  DO J1=1,N
    DEL = ABS(X1(J1)-X(J1))
    IF (DEL.GT.0.00001) THEN
      CALL DUPV(ND1,N,X1,X)
      GOTO 20
    ELSE
      END IF
  END DO
  CALL DUPV(400,N,X1,X)
  GOTO 30
20  END DO

  WRITE (7,21) EIG
21  FORMAT ('EIG = ',E12.5)

30  WRITE (7,40)
40  FORMAT (//,' EIGEN VALUE = ')

  WRITE (7,50) EIG
50  FORMAT ('EIG = ',E12.5)
c  WRITE (7,60)
c60  FORMAT (//,'EIGEN VECTOR = ')
c  WRITE (7,70) (X(I),I=1,N)
c 70  FORMAT (2X,E12.5)
  WRITE (7,25) J
25  FORMAT (//,'BANYAKNYA ITERASI = ',I3)
  END SUBROUTINE

C MEMBACA MATRIX A
C SUBROUTINE INVERSE MATRIX
SUBROUTINE INVERS(ND,N,A,B)
REAL*8 A(ND,ND),B(ND,ND),AM(ND,ND),TEMP,PIV

  WRITE (8,*)
  WRITE (8,*)'MATRIKS A DIDALAM SUBROUTINE INVERS'
  WRITE (8,*)'N = ',N
  CALL WRT(ND,ND,N,N,A,8)

  DO I=1,N
    DO J=1,N
      AM(I,J) = A(I,J)
    END DO
  END DO

  CALL ZERO(ND,ND,N,N,B)
  DO I=1,N
    B(I,I) = 1.
  END DO

```



```

DO J=1,N-1

C FIND PIVOT ELEMENT
  PIV = 0.
  DO I=J,N
    IF(ABS(PIV).LT.ABS(AM(I,J))) THEN
      PIV = AM(I,J)
      IMAX = I
    ELSE
      ENDIF
  END DO

  IF(ABS(PIV).LT.1E-30) THEN
    WRITE(*,*) 'MATRIX SINGULIR'
    STOP
  ELSE
    ENDIF

C EXCHANGE ROW
  DO I=J,N
    TEMP = AM(J,I)
    AM(J,I) = AM(IMAX,I)
    AM(IMAX,I) = TEMP
  END DO
  DO I=1,N
    TEMP = B(J,I)
    B(J,I) = B(IMAX,I)
    B(IMAX,I) = TEMP
  END DO

C DIVIDE ROW J BY PIVOT
  PIV = AM(J,J)
  DO I=J+1,N
    AM(J,I) = AM(J,I)/PIV
  END DO
  DO I=1,N
    B(J,I) = B(J,I) / PIV
  END DO
  AM(J,J) = 1.

C SUBTRACT ROW I BY PIV * ROW J
  DO I=J+1,N
    PIV = AM(I,J)
    AM(I,J) = 0
    DO I1=J+1,N
      AM(I,I1) = AM(I,I1) - PIV * AM(J,I1)
    END DO
    DO I1=1,N
      B(I,I1) = B(I,I1) - PIV * B(J,I1)
    END DO
  END DO
END DO

IF(ABS(AM(N,N)).LT.1E-30) THEN

```

```

    WRITE(*,*) 'MATRIX SINGULIR'
    STOP
ELSE
ENDIF
DO I1=1,N
    B(N,I1) = B(N,I1) / AM(N,N)
END DO
AM(N,N) = 1

```

C ELIMINATE ELEMENT ABOVE DIAGONAL

```

DO I=N-1,1,-1
    DO J=1,I
        PIV = AM(J,I+1)
        DO J1 =1,N
            B(J,J1) = B(J,J1) - PIV * B(I+1,J1)
            AM(J,J1) = AM(J,J1) - PIV * AM(I+1,J1)
        END DO
    END DO
END DO

```

```

DO I=1,N
    DO J=1,N
        AM(I,J) = 0
        DO K=1,N
            AM(I,J) = AM(I,J) + A(I,K)*B(K,J)
        END DO
    END DO
END DO

```

```

WRITE (8,*)
WRITE (8,*)'MATRIKS A INVERSE DIDALAM SUBROUTINE INVERS'
WRITE (8,*)'N = ',N
CALL WRT(ND,ND,N,N,B,8)

```

```

RETURN
END

```

C SUBPROGRAM MENGHITUNG FAKULTET

```

SUBROUTINE NFACT(N,XFAC)
REAL*8 XFAC
XFAC = 1.
DO I=1,N
    XFAC = XFAC*I
END DO
END SUBROUTINE

```

C SUBPROGRAM MENGHITUNG FAKULTET

```

SUBROUTINE NFACT1(N,XFAC)
REAL*8 XFAC
XFAC = 1.
DO I=21,N
    XFAC = XFAC*I
END DO
END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE INISIALISASI MATRIKS A REAL
SUBROUTINE ZERO(MD,ND,MR,MC,A)
REAL*8 A(MD,ND)
DO I=1,MR
  DO J=1,MC
    A(I,J) = 0.
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE INISIALISASI VEKTOR X
SUBROUTINE VZERO(MD,NR,X)
REAL*8 X(MD)
DO I=1,NR
  X(I) = 0.
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE INISIALISASI VEKTOR INTERGER
SUBROUTINE IVZERO(MD,NR,K)
DIMENSION K(MD)
DO I=1,NR
  K(I) = 0.
END DO
RETURN
END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE NORMALISASI
SUBROUTINE NORMAL(N1,N,Y,X,EIG)
REAL*8 X(N1),Y(N1),EIG
EIG = Y(1)
DO I=1,N
  X(I) = Y(I)/EIG
END DO
END SUBROUTINE

```

```

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS REAL A X B = C
SUBROUTINE MULT(N1,N2,N3,M,N,L,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N2,N3),C(N1,N3)
DO I=1,M
  DO J=1,L
    C(I,J) = 0.
    DO K =1,N
      C(I,J) = C(I,J) + A(I,K) * B(K,J)
    END DO
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS DAN VEKTOR REAL A X B = C
SUBROUTINE MULT1(N1,N2,M,N,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N2),C(N1)
DO I=1,M
  C(I) = 0.
  DO K =1,N
    C(I) = C(I) + A(I,K) * B(K)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS REAL A DENGAN SUATU KONSTANTA C
SUBROUTINE MULTCXA(N1,N2,M,N,A,C)
REAL*8 A(N1,N2),C
DO I=1,M
  DO J =1,N
    A(I,J) = C * A(I,J)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE PERKALIAN MATRIKS DAN MATRIKS DIAGONAL YANG
DISIMPAN SBG VEKTOR A = A X B
SUBROUTINE MULTAXD(N1,N2,M,N,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N2),C(N1,N2)
DO I=1,M
  DO J =1,N
    C(I,J) = A(I,J) * B(J)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

```

C SUBROUTINE MENGHITUNG A - B C D
C SUBROUTINE AMBCD(N1,N2,N3,N4,M1,M2,M3,M4,A,B,C,D,X)
C REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N3),C(N3,N4),D(N4,N2),X(N1,N2)
C REAL*8 BC(N1,N4),BCD(N1,N2)

C CALL MULT(N1,N3,N4,M1,M3,M4,B,C,BC)
C CALL MULT(N1,N4,N2,M1,M4,M2,BC,D,BCD)
C CALL SUBTRACT(N1,N2,M1,M2,A,BCD,X)

C RETURN
C END

```

```

C SUBROUTINE DUPLIKAT MATRIKS
SUBROUTINE DUP(M1,M2,N1,N2,A,B)
REAL*8 A(M1,M2),B(M1,M2)
DO I=1,N1
  DO J=1,N2

```

```

    B(I,J) = A(I,J)
  END DO
END DO
END SUBROUTINE

```

C SUBROUTINE DUPLIKAT MATRIKS

```

SUBROUTINE DUPV(M1,N,A,B)
REAL*8 A(M1),B(M1)
DO I=1,N
  B(I) = A(I)
END DO
END SUBROUTINE

```

C SUBROUTINE MATRIKS [D] = [A] - [B]

```

SUBROUTINE SUBTRACT(N1,N2,M,N,A,B,D)
REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N2),D(N1,N2)
DO I=1,M
  DO J=1,N
    D(I,J) = A(I,J) - B(I,J)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

C SUBROUTINE MATRIKS [A] = [A] - [B]

```

SUBROUTINE MINUS(N1,N2,M,N,A,B)
REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N2)
DO I=1,M
  DO J=1,N
    A(I,J) = A(I,J) - B(I,J)
  END DO
END DO
RETURN
END

```

C SUBROUTINE MATRIKS [A] - [B]

```

SUBROUTINE SUBTRACTV(N1,N,A,B,D)
REAL*8 A(N1),B(N1),D(N1)
DO I=1,N
  D(I) = A(I) - B(I)
END DO
RETURN
END

```

C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]

```

SUBROUTINE ADD(N1,N2,M,N,A,B,C)
REAL*8 A(N1,N2),B(N1,N2),C(N1,N2)
DO I=1,M
  DO J=1,N
    C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
  END DO
END DO

```

```
RETURN
END
```

```
C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]
  SUBROUTINE ADDV(N1,N,A,B,C)
    REAL*8 A(N1),B(N1),C(N1)
    DO I=1,N
      C(I) = A(I) + B(I)
    END DO
  RETURN
END
```

```
C SUBROUTINE MENJUMLAH MATRIKS [A] + [B]
C  SUBROUTINE ADDC1(N1,N2,M,N,A,B,C)
C  REAL*8 B(N1,N2)
C  COMPLEX*16 A(N1,N2),C(N1,N2)
C  DO I=1,M
C    DO J=1,N
C      C(I,J) = A(I,J) + B(I,J)
C    END DO
C  END DO
C  RETURN
C  END
```

```
C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRT(N1,N2,M,N,A,NF)
    REAL*8 A(N1,N2)
    WRITE(NF,10) ((A(I,J),J=1,N),I=1,N)
10  FORMAT(7(E12.5,2X))
  END SUBROUTINE
```

```
C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRTV(N1,N,A,NF)
    REAL*8 A(N1)
    WRITE(NF,10) (A(I),I=1,N)
10  FORMAT(4(E12.5,2X))
  END SUBROUTINE
```

```
C SUBROUTINE MENULIS MATRIKS
  SUBROUTINE WRTVI(N1,N,J,NF)
    WRITE(NF,10) (J(I),I=1,N)
10  FORMAT(15I4)
  END SUBROUTINE
```